This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

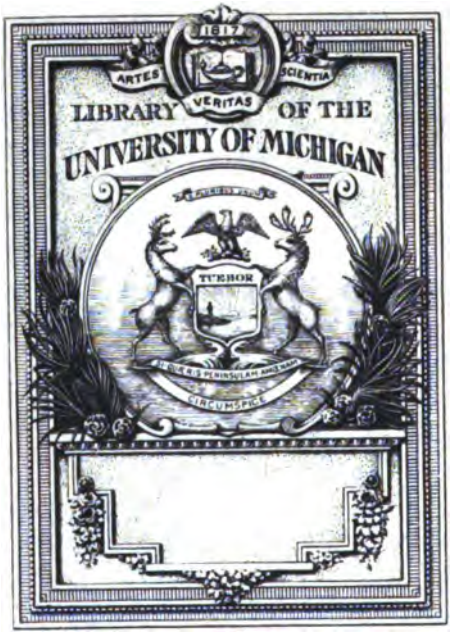
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`


1817
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SUSCIPERE ET FINEM
CIRCUMSPICE

QA
35
L72

TABULÆ MEMORIALES

PRÆCIPUA ARITHMETICÆ TUM NUMERICÆ TUM LITERALIS, GEOMETRIÆ, ETIAM CURVARUM, ET TRIGONOMETRIÆ, ATQUE UTRIUSQUE ARCHITECTURÆ ELEMENTA COMPLEXÆ,

IN USUM AUDITORUM CONSCRIPTÆ

A

JOSEPHO LIESGANIG è S. J.

MATHESEOS PROF. PUBL. ORD. ET EXAMINAT. IN UNIVERSITATE VIENNENSI.

ANNO M. DCC. LIV.

VIENNÆ AUSTRIÆ.

TYPIS JOANNIS THOMÆ TRATTNER, SAC. CÆS. REG. AULÆ BIBLIOPOLÆ, ET UNIVERSIT. TYPOGRAPHI.

TABULÆ MEMORIALES
RECOLENDIS MATHESEOS ELEMENTIS SERVIENTES.
PRÆLIMINARIA. Tab. I. Arithm.

MATHESIS pura est *Scientia Quanti*, seu omnis illius, quod sub mensuram, aut numerum cadit. In *Methodo* sua adhibet *Definitiones*, *Axiomata*, *Postulata*, *Propositiones*, & *Demonstrationes* sive pure speculativas (*Theoremata*) sive practicas (*Problemata*); item *Porismata* seu *Lemmata*, *Corollaria*, *Hypotheses*, *Scholia*.

§. 1. ARITHMETICA, quæ est *Scientia Quanti quoad numerum*, alia est *Numerica*, alia *Literalis*, seu *Speciosa*, *Algebra*, *Analysis*. Species illius sunt quinque: *Numeratio*, *Additio*, *Subtractio*, *Multiplicatio*, *Divisio*.

2 *Signa Arithmetica*,

+ Collectionis, seu Additionis. $a+b$, dic, a plus b, hoc est, ad a additum est b.
— Diminutionis seu subtractionis. $a-b$, dic, a minus b, hoc est, ab a ablatum est b.
$\times$ ( ) Multiplicationis. $\left\{\begin{matrix} a : b \\ a \times b \end{matrix}\right\}$ a multiplicatum per b.
$(a+dc)\ (be-g)$ est $a+dc$ multiplicatum per $be-g$.
: interposita linea, Divisionis. $a : b$, vel $\frac{a}{b}$, est a divisum per b.
$(a+dc) : (be-g)$, est $a+dc$ divisum per $be-g$.
$=$ Æqualitatis. $a=b$, a est æquale b.
$>$ Majoritatis. $a>b$, a est majus, quam b.
$<$ Minoritatis. $a<b$, a est minus, quam b.
$\backsim$ Similitudinis. $a \backsim b$, a est simile b.

Scholion. Similia *qualitatem*, & *proportionem*; Æqualia vero *quantitatem* vel *quotitatem* partium respiciunt, Lineolæ transversa, vel zifræ, Literæ alicui vel numero supra scriptæ dicuntur *Exponentes*, *Logarithmi*.

3 *Quantitas est vel*

Positiva, id est, vere realis, seu major nihilo. Habes ex. gr. 10. *fl.*, nihilque ulli debes; hi 10 *fl.* sunt quantitas positiva. Habet semper signum + vel expresse, vel in initio alicujus summæ, tacite.
Nulla. Habes 10 *fl.*, sed simul totidem debes Petro, hic habes reipsa nihil. Nam $10-10=0$.
Negativa. Habes 10 *fl.*, debes autem Petro 20 *fl.*, habes igitur minus nihilo, & quidem -10 *fl.* Nam $10-20=-10$.

Simplex	Incomplexa. a, b, &c.	$3a$, $2b$ &c.	*Affecta coëfficiente* numerico; licet reipsa omnis quantitas affecta sit coëfficiente minimum 1. Nam $b=1b$, $bf=1bf$.
	Complexa. $a+b$, $d+g$ &c.	$3a+2b$ &c.	
Composita	Incomplexa. ab, dm, &c.	$4ab$, $5dm$, &c.	
	Complexa. $ab+dm-eg$ &c.	$4ab+5dm$ &c.	

Homogenea, seu ejusdem speciei.
Heterogenea, seu diversæ speciei.

Scholion. In Algebra quantitates homogeneæ iisdem, heterogeneæ diversis; cognitæ primis, incognitæ ultimis Alphabeti literis exprimuntur.

4 *Axiomata*. Totum est majus quavis sua parte.
5 Totum est æquale omnibus suis partibus simul sumptis.
6 Æqualia possunt sibi invicem substitui.
7 Quæ sunt æqualia (vel similia) eidem tertio, sunt æqualia (vel similia) inter se.
8 Si tota sunt æqualia, etiam æquales sunt eorundem Totorum partes dimidiæ, tertiæ &c. Et vicissim.

NUMERATIO. Omnis Zifra (& ſuo modo etiam zerus) duplicem valorem habet, unum *proprium*, alterum relativum ad locum, quem actu occupat. Hæc habe. Enunciaturus propoſitum numerum 1) incipiendo a dextris per interpoſitas virgulas eum divide in claſſes, cuivis claſſi tres notas aſſignando. 2) Eodem ordine poſt binas claſſes, ſeu ſupra ſeptimam notam, virgula una pro millionibus; rurſum poſt duas claſſes, ſeu ſupra decimamtertiam duæ pro billionibus &c. ſignentur. Reliqua vivam vocem potius requirunt. Sic enuntiandus numerus granorum tritici Seſſæ debitorum.

1	8,	4	4	6,	7	4	4,	0	7	3,	7	0	9,	5	5	1,	6	1	5
decas	unitates	centenarii	decades	unitates	centenarii	decades	unitates	centenarii	decades	unitates	centenarii	decades	unitates	centenarii	decades	unitates	centenarii	decades	unitates
Trillionum.		*Billionum.*		*Millenariorum.*		*Billionum.*		*Millenariorum.*		*Millionum.*		*Millionum.*		*Millenariorum.*		*Simplices.*			

Hoc eſt: *Octodecim Trilliones; quadringenta quadraginta ſex millia ſeptingenti quadraginta quatuor Billiones; ſeptuaginta tria millia, ſeptingenti & novem Milliones; quingenta quinquaginta & unum millia ſexcenta & quindecim* grana tritici.

Archimedis mille myriades octavorum numerorum:

X	IX	VIII	VII	VI	V
I, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000,					

IV	III	II	I
000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000,			

9 ADDITIO. Subſcribantur, & ſubducta prius linea, addantur numeri *dati* B unitates, unitatibus alterius *dati* A, decades, decadibus &c. Erit *ſumma* ſeu *aggregatum* C. *Vide Exempl. Arith.* I. II.

10 NB. 1) Si unitates excreſcant in decades, ſolæ unitates aut zerus ſcribendus eſt, rejectis ad proximam a ſiniſtris notam tot unitatibus, in quot decades prior numerus excrevit. *Vide* III.

11 2) Idem fiat tali caſu in additione quantitatum *heterogenearum*: tot nempe unitates ad proxime majorem ſpeciem rejiciendæ ſunt, quoties majoris ſpeciei valor in aggregato iſto minoris continetur. *Vide* IV. Opportune hic quoque agetur obiter de *Sexageſimalibus*, quarum una ſemper 60 proxime inferioris ſpeciei continet. *Vide* V.

12 *ALGEBRAICA ADDITIO.* Heterogeneæ *quantitates quacunque ſub ſignis ſuis ſibi juxta ponuntur.* Vide I. *In* Homogeneis *coefficientes adduntur, ſi eadem ſigna habeant; ſi diverſa, ſubtrahuntur, & majoris coefficientis ſignum præfigitur, niſi coefficientes hi ſub diverſis ſignis æquales ſint; tunc enim quantitates ſe mutuo omnino deſtruunt.* *Nam* $2a - 2a = 0$. Vide II.

13 SUBTRACTIO. Numero *ſubtrahendo* majori A ſubſcribantur, & ſubducta linea auferantur ab ejus unitatibus unitates, a decadibus decades &c. *ſubtrahentis* B, erit C Differentia, vel *reſiduum.* Vide I.

14 NB. 1) Si nota *inferior* major ſit ſuperiore, ſuperior hæc augeatur una decade, eique proxima a ſiniſtris nota unitate minor reputetur. *Vide* II. Idem eſt, ſi in ſubtrahendo ſit unus vel plures *zeri* continui; nam dextimus 10, intermedii vero 9 valebunt, proxima autem valens nota unitate mulctetur. Vide III.

15 2) In heterogeneis unitas mutuata non recte 10. ſed tot unitates valet, quot hæc unitates ſpeciei minoris continet. *Vide* IV. V.

16 *ALGEBRAICA SUBTRACTIO. In ſubtrahente omnia ſigna muta in contraria & fac additionem.* §. 12. V. Ex.

17 Examen { *Additionis.* Subtrahe a ſumma unum ex datis, reſiduum debet eſſe alter datus. *Subtractionis.* Adde reſiduo ſubtrahentem, ſumma debet eſſe ſubtrahendus.

18 MULTIPLICATIO eſt ſæpius repetita additio. Diſcendus eſt Abacus Pythagoricus (*Vid. I.*) aut *Regula Figri* çolenda. Multiplicaturus 1) incipiendo rurſum a dextra duc unitates *multiplicatoris* B in ſingulas notas *multiplicandi* A; poſthac eodem modo decades, dein centenarios &c. 2) Prima, id eſt, dextima nota *Producti* ſeu *Facti partialis* C, D, E &c. ſubſcribatur ſemper in claſſe notæ actu multiplicantis. 3) De unitatibus ſin decades excreſcentibus ſervetur §. 10. 4) Facta omnia partialia ſummentur. *Vid. II.*

NB. 1)

19 NB. 1. Si alteruter *Factorum* aut uterque habeat in fine unum vel plures Zeros, hi omnes Facto Totali adscribuntur in fine. *Vid.* III. Hinc facilis est multiplicatio per 10, 100 &c. cum præterea *unitas nihil multiplicet, nec dividat.*

20 2) In *heterogeneis* majores species prius ad minores reducendæ sunt (quod fit, si major species per valorem minoris multiplicetur) & tum multiplicatio fit, ut §. 18. Quodsi datus numerus heterogeneus tantum sæpius accipi debeat, reductione hac opus non est. *Hic unde explicantem.* De Sexagesimalium Multipl. & Divisione dicetur infra §. 51.

21 *ALGEBRAICA MULTIPLICATIO fit vel per signa multiplicationis* (§. 2), *vel conjungendo continue literas quantitatum se multiplicantium, quocunque ordine id fiat, modo singula membra multiplicatoris ducantur in singula multiplicandi, & præterea coefficientes, si adsint, etiam inter se multiplicentur. Hoc* NB. *Pro facto quantitatum se multiplicantium signa eadem dant signum* +; *signa diversa* —. Vide I. II. III.

22 DIVISIO, quæ est repetita Subtractio, quærit *Quotum*, seu quoties *divisor* contineatur in *dividendo*. Nam toties *divisor* est in *dividendo*, quoties *unitas* est in *quoto*.

I. Si divisor est unica nota (*Vid. exempl. I.*) incipe a sinistris, & cum 4 in 1 non contineatur, quære 1) 4 in 12 quoties? R. 3, & quotum hunc post lunulam scribe. 2) 4 in 9 quoties? R. 2, sed nempe remanente 1, quæ pro decade sequenti zifræ adjicienda est. Unde 3) quære 4 in 17 quoties? R. 4, iterum remanente 1, & sic deinceps per notas quotcunque.

NB. Si post omnes operationes aliquid post ultimam subtractionem remaneat, id scribatur post quotum, & subscribatur divisor. Dicitur *Fractio*. 2) Si Divisoris dextimæ notæ sint zeri, eos interea a Divisore, & totidem notas a Dividendo abseca, quas postea vel solas, vel residuo adjunctas per modum fractionis quoto adjungas. 3) Si factum ex quoto in divisorem majus est, quam membrum dividendi, a quo subtrahi deberet, signum est, quotum minorem assumendum esse; si vero post subtractionem residuum majus sit, vel æquale divisori, quotus major assumi debet. Itaque observando semper hunc ordinem seu regulam (*Quære quotum. Multiplica. Subtrahe.*) sic operare - - - -

II. Si divisor habeat plures notas (*Vid. II.*) semper per solam primam a sinistris, divisoris notam 1) quære quotum (2 in 19 quoties?) qui hic tantum est 7. 2) Multiplica per quotum (7) totum divisorem (246,) factumque (1722) subscribe competenti dividendi membro (1944). 3) Ab hoc eodem factum (1722) subtrahe, & finivisti primam operationem. *Pro 2. operatione* ad residuum (222) depone proximam a dextris dividendi notam (0). Iterum 1) quære quotum (2 in 22), qui est 9. 2. Multiplica totum divisorem per novum hunc quotum 9. 3) Subtrahe factum (2214) a dividendo (2220) & sic deinceps omnia ut in prima operatione perage.

NB. *Heterogenei* prius reducuntur ad minimam speciem, tum fit divisio modo nunc dicto (§. 20).

23 *ALGEBRAICA DIVISIO. I. Si divisor non sit quantitas complexa; cum divisio destruat, quod multiplicatio componit; in quotcunque dividendi membris reperis totum divisorem, eum dele; reliqua enim litera sunt quotus; coefficientes vero dividendi divide per coefficientes divisoris, si adsint.* Vide I.

II. Si divisor est quantitas complexa, ordo operationis Arithmeticus servandus, nempe: quære quotum, multiplica, subtrahe. *Præterea* (§. 21.) *signa eadem pro quoto dant* +; *diversa* —. Vide II.

24 *Examen Multiplicationis.* Si factum *dividatur* per unum factorem, quotus debet esse alter factor.
Divisionis. Si divisor *multiplicetur* per quotum, factum erit dividendus.

25 *Coroll.* Hinc si idem per eandem quantitatem multiplicetur simul & dividatur, manet idem $\frac{6.}{2} \frac{2}{2} \frac{18}{2}$ &.

Scholion, *Compendia.* In Multiplicatione I. *Si magnus numerus multiplicandus est per* 9, *multiplica eum per* 10, *& a facto subtrahe ipsum multiplicandum.* II. Praxis Italica *per numerorum dispersionem.* In Divisione; *sæpe prius omnia multipla Divisoris a* 2 *usque ad* 9.

26 *GENESIS FRACTIONUM* Quævis quantitas ſpectari poteſt tanquam Unitas, tanquam unum Totum in diverſiſſimas partes diviſum, majores aliis, alias minores. Hæ partes igitur ſunt *partes unitatis*, & dicuntur *Fractiones*; quarum partium cum iterum dentur partes ſubalternæ minores & minores, hæ *Fractiones Fractionum* erunt, ſeu *partes partium*. Nempe florenus dividi poteſt in 20 groſſos, in 60 crucif., in 240 numos: groſſus in 3 crucif.; crucifer in 4 numos &c. Hinc Fractio reipſa Diviſio eſt, & Diviſionis etiam modo ſcribitur 2 : 3. vel uſitatius, $\frac{2}{3}$. Numerus infra lineolam, vel poſt duo puncta poſitus, dicitur *Denominator*, quia denominat partes, ſub quibus Totum hic & nunc expreſſum repræſentat, uti hic in 3 partes diviſum. Numerus ſupra lineolam, vel ante duo puncta poſitus, dicitur *Numerator*, quia numerat, quot tales partes Totius hic & nunc dentur, uti hic duæ Tertiæ. Ex his ſequitur

27 *Coroll.* 1. Si Numerator eſt *minor* Denominatore, fractio erit minor quam 1 ſeu integer: $\frac{2}{3} < 1$. (§. 4).

Si Numerator eſt *æqualis* Denominatori, fractio erit æqualis 1 ſeu integro: $20\frac{20}{20} = \frac{60}{60} = \frac{240}{240} = 1$ ſt. (§. 5.)

Si Numerator eſt *major* Denominatore, fractio erit major 1 ſeu integro, diciturque *impropria*: & quantum excedat integrum, reperies, ſi per Denominatorem diviſeris Numeratorem: quod dicitur *Reductio fracti ad integrum*: $\frac{2}{2}\frac{1}{0} = 1\frac{1}{2}\frac{1}{0}$

28 *Coroll.* 2. Fractio *minor altera fractione* eſt illa, quæ minus habet de Toto; minus autem de Toto habet illa, cujus Numerator ſæpius continetur in ſuo Denominatore, ſeu Toto: *æqualis* vero alteri eſt, ſi Numerator continetur toties in ſuo Denominatore, quoties Numerator alterius fractionis continetur in ſuo. Sic $\frac{2}{1}\frac{2}{2} < \frac{3}{5}$; aſt $\frac{4}{8} = 1\frac{5}{5}$.

29 Scholion. *Quivis integer numerus per fractum exprimi poteſt, ſi ei pro Denominatore ſubſcribatur* 1 (§. 19) *Itaque* Fractionibus mixtis (*dum nempe operationem integri fractis mixti ingrediuntur*) *eadem, quæ ſimplicibus, regula ſervient, modo integros, ſubſcripto Denominatore* 1, *tanquam fractos exprimas.*

30 *Theorema I.* Si & Numerator & Denominator fractionis per idem multiplicentur, idem manebit ſemper fractionis valor. Ex. gr. $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} = \frac{ad}{bd}$ §. 25.

31 *Coroll.* 1. Hinc $1 = \frac{1}{1}$ (§. 29) $= \frac{1 \cdot 20}{1 \cdot 20} = \frac{20}{20} = \frac{60 \cdot 2}{60 \cdot 2} = \frac{120}{120}$ &c. Item $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 10}{3 \cdot 10} = \frac{20}{30}$ &c.

32 *Coroll.* 2. Hinc iterum patet *Reductio fractionum ad eandem denominationem cum altera vel pluribus fractionibus*, quæ pariter fit, eodem numero in totam fractionem ducto. Hæc brevis eſt regula: 1) Multiplica inter ſe omnes datarum fractionum Denominatores; factum erit Denominator communis. 2) Multiplica Numeratorem fractionis A per Denominatorem fractionis B; & viciſſim Numeratorem fractionis B per Denominatorem fractionis A; aut (ſi plures ſint fractiones) uniuscujusque fractionis C, D, E, &c. Numeratorem per omnes omnium *reliquarum* fractionum Denominatores.

I.						II.						
A	B	A	B	A	B	C	D	E	C	D	E	C D E
$\frac{12}{24}$ & $\frac{10}{40}$	$= \frac{12 \cdot 40}{24 \cdot 40}$ & $\frac{10 \cdot 24}{40 \cdot 24}$	$= \frac{480}{960}$ & $\frac{240}{960}$				$\frac{2}{1}$ & $\frac{3}{4}$ & $\frac{4}{6}$	$= \frac{2 \cdot 4 \cdot 6}{1 \cdot 4 \cdot 6}$ & $\frac{3 \cdot 1 \cdot 6}{4 \cdot 1 \cdot 6}$ & $\frac{4 \cdot 1 \cdot 4}{6 \cdot 1 \cdot 4}$	$= \frac{48}{24}$ & $\frac{18}{24}$ & $\frac{16}{24}$

33 Scholion 1. *Hoc principio nititur reductio Totius ad quasvis partes, vel quantitatum heterogenearum ad quamvis ſpeciem minorem, ut inter ſe comparari, multiplicari, dividi poſſint* (§. 20). *Sic 4 florenos reducis ad cruciferos, ſi 4 per 60 multiplices; 3 ergyias ad pedes, ſi 3. 6 = 18,* &c.

34 Scholion 2. *Uſus reductionis ad eundem denominatorem eſt* 1mus.) *facta hac reductione ipſi Numeratores clare oſtendunt, quanam fractio ſit major altera* (§. 28). 2dus.) *In Additione et Subtractione fractionum, quæ requirunt quantitates homogeneas.*

35 *Theorema II.* Si & Numerator & Denominator per idem dividantur, fractionis valor manet idem.

Demonſtratio ex Theoremate priore infertur, cum utique, quod Multiplicatio componit, Diviſio deſtruat.

36 *Coroll. Reductio igitur fractionis ad minores terminos fiet* 1) Si Numerator eſt *aliquota* (eſt autem *aliquota* quantitas, quæ aliquoties ſumpta alteram metitur, opponiturque ei *aliquanta*) reſpectu Denominatoris, divide Numeratorem per ſeipſum, quotusque erit 1; divide & ipſum Denominatorem per eundem Numeratorem, habebis minoribus terminis expreſſam Fractionem. Sic erit $\frac{240}{480} = \frac{240 : 240}{480 : 240} = \frac{1}{2}$ 2) Si Numerator non eſt aliquota reſpectu Denominatoris, tenta alium numerum (praxi magiſtra) qui & Numeratorem & Denominatorem metiatur, eoque dividе utrumque. Sic $\frac{48}{54}$ diviſione per 6, erit $= \frac{48 : 6}{54 : 6} = \frac{8}{9}$. 3) Vel divide majorem numerum per minorem, minorem per Reſiduum, idque, donec obtineas Diviſorem, qui poſt diviſionem nullum Reſiduum relinquat, erit hic ultimus Diviſor *communis menſura* tam Numeratorem, quam Denominatorem datæ fractionis exacte diviſura.

37 ADDITIO. 1) Reduc fractos ad eundem Denominatorem. $\left(\frac{2}{6}, \frac{2}{5}, \frac{1}{8} = \frac{80, 96, 30}{240} = \frac{206}{240}\right)$ Summa.
2) Adde *Numeratores.*

SUB-

38 SUBTRACTIO. 1) Reduc ad eundem Denominatorem. 2) Subtrahe *Numeratores*. $\frac{3}{4} - \frac{6}{10} = \frac{30-24}{40} = \frac{6}{40}$ Residuum.

39 Scholion. *Si plures fracti ab uno vel pluribus subtrahendi, fac prius utrorumque Summas, & tum subtrahe.*

40 MULTIPLICATIO. Duc 1) *Numeratores* omnes in se. 2) *Denominatores* omnes in se. $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$ Item $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{4}{20} = \frac{24}{1000}$ Factum.

41 DIVISIO. Inverte Divisorem, & fac Multiplicationem. $\frac{8}{12} : \frac{3}{6}$ Fac $\frac{8 \cdot 6}{12 \; 3} = \frac{48}{36} = 1\frac{12}{36} = 1\frac{1}{3}$ Quotus.

42 Scholion. *Animadvertes per Multiplicationem fractiones minui, econtra per Divisionem augeri. Nam multiplicare fractionem est multiplicare Divisionem, id est, in partes partium dividere, ita ut si fractionem fractionis (ex. gr. $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{20}$ unius fl.) desideres, non alia re opus sit, quam ut $\frac{2}{20}$ per $\frac{1}{3}$ multiplices; erit factum $= \frac{2}{60} = 2$ xr. Ex quibus jam constat ab opposito, per Divisionem fractiones augeri.*

43 *Problema.* Transmutare fractionem de una denominatione in aliam; ejusve valorem quærere. Vis ex. gr. $\frac{2}{4}$ habere sub Denominatore 10. Multiplica Numeratorem (2) per novum Denominatorem (10), erit factum $= 20$. Factum hoc divide per priorem Denominatorem (4), erit $20 : 4 = 5$; proinde $\frac{2}{4} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

44 Scholion. *Nihil hic de Algebra speciatim dictum est, cum in fractis nihil a Numerica diversi habeat.*

45 *DECIMALIS* Fractio, Mathematicis usitata, est, quæ pro Denominatore habet numerum aliquem decennarium 10, 100, 1000. &c. Sit linea aliqua AB divisa in 10 partes, sitque AC $\frac{1}{10}$ totius AB seu unitatis (§. 26). Si AC iterum dividatur in 10 partes, erit $\frac{1}{10}$ de AC jam $\frac{1}{100}$ totius AB; $\frac{1}{10}$ vero de AC, iterum subdivisa in 10 partes, dabit partes, quarum una jam erit $\frac{1}{1000}$ totius AB &c. &c.

46 *Coroll.* 1. Erit igitur $AB = 1 = \frac{1}{1}$ (§. 19.) $= \frac{1}{1} \cdot \frac{10}{10} = \frac{10}{10} = \frac{100}{100} = \frac{1000}{1000}$ &c. &c. in infinitum, modo semper pari Zerorum numero augeatur & Numerator, & Denominator (§. 30.)

47 *Coroll.* 2. Hinc præter communem fractionibus ceteris expressionem (Vid. A.) duplici adhuc modo exprimuntur *Decimales*; nempe 1.) scribuntur soli Numeratores, totque virgulis signantur, quot Zeros haberet Denominator, si scriberetur (Vid. B.). 2) scribuntur simpliciter per modum numeri alicujus integri, ea solum cautela, ut numerus integer (si adsit; si vero non adsit, ejus loco ponitur initio Zerus) commate a fractionibus sibi adhærentibus distinguatur; Numerator vero quisunque tot gradibus removeatur dextrorsum ab integro, quot respondens illi Denominator habet Zeros, idque sive plures sint, sive unice fractio. Ubi NB. Si fractionum plurium se consequentium series in Denominatoribus sit interrupta, ita ut ex. gr. post fractionem, quæ habet Denominatorem 10, sequatur fractio cum Denominatore 1000, adeoque nulla adsit cum Denominatore 100, loco hujus absentis ponitur Zerus. (Vid. C. D.)

A.	B.	C
$5 = \frac{5 \cdot 10}{1 \cdot 10} = \frac{50}{10} = \frac{500}{100} = \frac{5000}{1000}$	$= 5^{/} = 50^{//} = 500^{///} = 5000^{IV}$	$= 5,0 = 5,00 = 5,000$ &c.
$\frac{2}{10} = \frac{20}{100} = \frac{200}{1000} = \frac{2000}{10000}$	$= 2^{/} = 20^{//} = 200^{///}$ &c.	$= 0,2 = 0,20 = 0,200$ &c.
$D.\ 6 + \frac{8}{10} + \frac{3}{1000} + \frac{7}{1000000} =$	$6.\ 8.\ 0.\ 3.\ 0.\ 0.\ 7^{/\ //\ ///\ IV\ V\ VI} = 6803007^{VI}$	$= 6,803007$.

48 ADDITIO, & SUBTRACTIO Decimalium, si scribantur, ut in A, fit ut in fractis: si scribantur vero ut in B, C, D, fit plane, ut in integris (§. 9). Sunt igitur potius ut integri exprimendæ.

49 MULTIPLICATIO, & DIVISIO item. Id unum observa: (Vid. I. II.) Pro *facto Multiplicationis* adduntur: Pro *Quoto Divisionis* subtrahuntur *Exponentes*.

I.	II.	
$6803^{///}$	$//\ 202)\ 6803^{///}$	$(33 + \frac{137}{202}$.
$2,02^{//}$	606	
13606	$743^{///}$	
13606	$606^{///}$	
1374206^{V}	$137^{///}$	

50 Scholion. *Si Dividendus licet reipsa major, habeat tamen pauciores notas, quam Divisor; augeatur pro libitu adjectis in fine zeris, & fiat divisio modo dicto. Eodem modo ultimum residuum* (hic 137) *augendo zeris, fieri potest approximatio ad veriorem quotum in secundis, &c.*

51 *SEXAGESIMALIUM Additio & Subtractio* opportune *Tab. II.* pertractatæ sunt: in earum *multiplicatione* notandum, quod, ut in Decimalibus, *Exponentes* addendi sint, in *Divisione* subtrahendi; sive Sexagesimales ad minimam speciem reductæ (§. 33.), sive singulæ species per singulas multiplicentur, aut dividantur.

52 Quantitas aliqua, per seipsum semel aut sæpius multiplicata dicitur *Potentia, Potestas, Dignitas, elevata ad secundam, tertiam &c. potentiam.* Quantitas vero hæc eadem, nondum multiplicata, dicitur *Radix*, vel *Latus* Potentiæ.

&c. &c.	a^m, Universaliter.
$2.2.2.2 = 16$	$aaaa = a^4$, Quarta &c.
$2.2.2 = 8$	$aaa = a^3$, Tertia, Cubus.
$2.2. = 4$	$aa = a^2$, Secunda, Quadratum.
$2 = 2$	$a = a^1$, prima, Radix.
$1 = 1$	$a = 1$, nulla potentia (§. 66

53 *Radix* { *Rationalis* est, quæ numero exacte exprimi potest. Ut 2 est radix de 4. de 8, &c.
Irrationalis, vel *Surda*, quæ numero exacte exprimi non potest. Sic Quadratum 20 habet radicem surdam, Nam $4.4 = 16 < 20$, & $5.5 = 25 > 20$.
Imaginaria, vel *Impossibilis* datur in illa potentia, quæ pro exponente habet numerum parem 2, 4, 6 &c. & præfixum signum —. Sic $-aa$, -4 habent radicem imaginariam, quia nulla quantitas per seipsam adeoque sub eodem signo, multiplicata potest in Producto habere signum — (§. 21). Potest tamen $-a$ esse radix de Cubo -8, de Quadrato cubo -32 &c. quarum nempe potentiarum exponentes sunt numeri impares, 3, 5, 7 &c.

Monomia	e	$= 30$	*Potest tamen omnis Radix reduci ad Binomiam, quod ex exemplo, & §. 5. patet.*
Binomia	$a + b$	$20 + 10 = 30$	
Trinomia	$d + b + c$	$15 + 10 + 5 = 30$	
&c. &c.			

54 *Signum radicis* est $\surd$, & quidem Quadratæ $\surd$ vel $\surd^2$, Cubicæ $\surd^3$ &c. $\surd^2 9 = 3$, id est, radix quadrata de 9.

55 *Extractio Radicis* est inventio numeri, ex quo per se ipsum multiplicato extitit Quadratum, Cubus &c.

56 *Theorema.* Omne Quadratum componitur ex duobus Quadratis partium (a & b) & ex duobus factis partium (a & b) in se ductarum.

$a + b$	$4 + 6 = 10$
$a + b$	$4 + 6 = 10$
$aa + ab + bb$	$16 + 24 + 36$
$+ ab$	$+ 24$
$aa + 2ab + bb$	$16 + 48 + 36 = 100$.

A.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

Corall. Igitur *Divisione* opus est, quæ solvat, quod *Multiplicatio* composuit. Fiat ergo extractio $\surd$ ex $aa + 2ab + bb$. 1) quia radix de $aa = a$, pone a post lunulam ejusque quadratum aa subtrahe. 2) quia $\frac{2ab}{2a} = b$; alteram radicis binomiæ partem b obtinebis, si $2ab$ dividas per $2a$ more solito. 3) Jam inventæ partis b quadratum subtrahe.

$aa + 2ab + bb$	($a + b$, Radix
Subtr. aa	
Div. $2a$	$0 + 2ab + bb$, Resid.
	$2ab$
	$0 + bb$, Resid.
Subtrahe	bb
	0

Sit jam extrahenda $\surd$ ex numero 87616. Quia quadrato duarum notarum etiam maximo (81) respondet radix unius tantum notæ (9), ut Tabella A exstibet, distingue datum numerum in classes binarum notarum, incipiendo a dextra sinistrorsum. Tum intuendo semper suprascriptam formulam Algebraicam - - - - - -

I. 1) ad primam classem sinistimam (8) quam interea supponis esse aa, quare (cum 8 quadratum non sit) *quadratum proxime minus* (4), idque a supposito aa (8) *subtrahe*; ejus vero radicem (2) post lunulam pone, eritque adeo $2 = a$. Ad Residuum (4) depone proxime sequentem notam (7); erit 47 verum $2ab$.

2) *Divide* $2ab$ (47) per $2a$ ($2.2 = 4$), & habebis alteram radicis notam b (9). Ad Residuum (11) quod post Divisionem remanet, depone iterum proximam notam (6) &

3) *Subtrahe quadratum* b nunc inventi, nempe $9.9 = 81$. Ad Residuum (35) depone proximam notam (1) & incipe

II. Operationem, in qua jam & a & b prius inventæ valebunt simul a *novum*, seu primam partem radicis adhuc extrahendæ. Hinc

1) *Divide* prius Residuum (351) per $2a = 29$. $2 = 58$, obtinebis *novum* $b = 6$. Ad Residuum (3) depone proximam notam 6, &

2) *Subtrahe quadratum novi* b ($6.6 = 36$). Eodem, quo in 2da Operatione, modo procede semper, hoc solum adverte, quod in subsequente quavis operatione omnes, per priores operationes pro radice inventæ notæ valeant a, solaque altera radicis pars b dernceps quæratur.

Suppositum aa	$2ab$	bb	$2ab\ bb$ (296
I. Operatio	8	7	6	1 6 ($a\ b$
Subtr. $aa =$	4	:	:	: :
	—	:	:	: :
Div. $2a = 4$)	4	7	:	: :
	3	6	:	: :
	1	1	6	: :
Subtr. $bb =$		8	1	: :
II. *Div.* $2a = 58$)	3	5		1 :
	3	4		8 :
	0	0		3 6
Subtr. $bb =$				3 6
				0 0

novum pro 2da operatione.

UNI-

58 UNIVERSIM: *Ad extrahendam radicem cujuscunque Potentiæ, æleva radicem binomiam* a + b *ad illam potentiam, cujus radix petitur, ut habeas operationis formulam: in distinctione vero numeri in classes, tot cuivis classi sinistrorsum notas assigna, quot unitates habet Exponens data Potentiæ. Tum* (1) *semper a sinistima classe* subtrahe *Potentiam, quam* a *in formula ostendit.* 2) *Ex secundo formulæ tuæ membro per* Divisionem *quære* b. 3) *Habitis jam* a & b *reliqua omnia formulæ tuæ membra in numeros solve, &* subtrahe. *Sic absoluta prima & secunda classe eodem modo procede ad reliquas, incipiendo semper operationem a* Divisione *ex secundo formulæ membro pro inveniendo novo* b; *pro* a *enim assumuntur omnes jam prius inventæ notæ radicales.*

59 Sit *ex. gr.* extrahenda *Radix Cubica* ex numero 13814. Eleva itaque radicem dé $a+b$ ad tertiam potentiam, quæ erit $aaa + 3aab + 3bba + bbb$ (§. 52). Itaque facta ternarum notarum sinistram versus distinctione

1) *Subtrahe* a sinistima classe (13), proximum cubum (8), ejus radice (2) post lunulam scripta. Deposita proxima nota (8) - - - - - -

2) *Divide* $3aab$ (58) per $3aa = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$; acquires $b = 3$.

3) *Subtrahe* $3bba = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 54$.

4) *Subtrahe* $bbb = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$.

60 Scholion 1. *Ex allato exemplo prosimili casu observa* 1) *Licet Divisor* $3aa = 12$, *quater contineatur in* 58 *quotum tamen solum* 3 *accipi debuisse; secus enim* (*ut tentanti patebit*) bbb *subtrahi non potuisset.*

61 Scholion 2. *Observa* 2) *operatione tota peracta adhuc supereſſe, & quidem magnum Residuum* (1647); *proinde datum numerum habere radicem cubicam* Surdam. *Ut radix vere propior obtineatur, adhibenda est* Approximatio per decimales. *Videlicet residuo classem zerorum* (*hic trium, in Quadrato duorum &c.*) *adjunge, & operare, ac si hi zeri essent pars dati numeri. Itaque assumpto* novo a (23) *divide* $3aab = 16470$ (*ita ut Quotus unius tantum notæ prodeat*) *per* $3aa = 3 \cdot 23 \cdot 23 = 1587$, *acquires* novum b = 9, *quem quotum prioribus notis radicalibus adnectes, tanquam numeratorem fractionis Decimalis, cui respondet Dominator* 10. (§. 45.) *Tum subtrahe* $3bba = 5589$, *& denique* $bbb = 729$. *Si ulterius approximare velis, Residuum* (162081) *iterum auge tribus zeris, & operare ut ante, id curando, ut in fractione Decimali tot Denominator habeat zeros, quot Numerator notas.* (§. 47.)

62 *In fractis* Radix extrahitur tum ex Numeratore, tum ex Denominatore. $\sqrt{\frac{100}{10000}} = \frac{10}{100}$

63 *Examen Extractionis.* Radix *Rationalis* per seipsam toties, quoties data potentia exigit, multiplicata: *Surda* vero addito præterea suo Residuo, debet restituere numerum datum.

64 ALGEB. ADDITIO & SUBTRACTIO Potestatem iisdem literis expressarum fit ut §§. 12. 16.

65 MULTIPLICATIO, addendo exponentes. Sic $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$, $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$. In numeris patet.

66 DIVISIO, Subtrahendo exponentes. Sic $a^3 : a^2 = a^{3-2} = a^1 = a$, $a^4 : a^4 = a^{4-4} = a^0 = 1$ (§. 52.)

67 *Coroll.* Quia $a^{4-4} = a^0 = 1$, erit $a^2 : a^4 = a^{2-4} = a^{-2} < 1$, id est, quantitas cum exponente negativo est fractio, cujus Numerator est 1, Denominator potentia cum suo exponente. Sic $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$, $x^{-5} = \frac{1}{x^5}$, $y^{-n} = \frac{1}{y^n}$.

68 ELEVATIO fit multiplicando exponentes. Sic a^3 elevatum ad 2dam potentiam $= a^6$, x^m ad $n = x^{mn}$.

69 EXTRACTIO radicis, dividendo exponentem Potentiæ per exponentem radicis $\sqrt[2]{x^n} = x^{\frac{n}{2}}$, $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$.

70 Scholion 1. *Quandoque Extractio radicis solum indicatur præfixo signo* $\sqrt{}$. *sic* $\sqrt[3]{8} = 2$; *Elevatio vero omittendo præfixum signum* $\sqrt{}$. *Sic* $\sqrt{4}$ *elevata ad secundam potentiam, erit* 4.

Scholion 2. *Hæc omnia facile applicantur quantitatibus binomiis &c. si eas per modum monomiorum consideres & exprimas. Nempe* $(a+b)^2$ *vel* $\sqrt{a+b} \cdot \sqrt{a+b} = (a+b)$ *vel* $\sqrt[3]{a+b} \cdot \sqrt[3]{a+b} \cdot \sqrt[3]{a+b} = (a+b)^5$ *vel* $\sqrt[5]{a+b}$ &c. &c.

Scholion 3. *Si quantitas irrationalis in factores dispersa continet rationalem, ex hac radix extrahi, & ejus* $\sqrt{}$ *præfigi solet.* Sic $\sqrt{12} = \sqrt{4} \cdot 3 = 2\sqrt{3}$.

RATIO

72 **RATIO** eſt reſpectus, eſt comparatio quantitatum ad invicem. Quantitatum ſeu *Terminorum*, qui inter ſe comparantur, primus dicitur *antecedens*, alter *conſequens*.

73 Ratio
- *Geometrica* habetur per *diviſionem*. 6 ad 2 (ſcribitur 6 : 2). Quotus (*Exponens, Nomen rationis*) eſt 3.
- *Arithmetica* per *ſubtractionem*. 6 ad 2 (ſcribitur 6 - 2) Differentia eſt 4.

74 Ratio Geometr.
- *Majoritatis*, ſeu *Multipla*, dum antecedens eſt major conſequente, & in ſpecie - - - -
  - *Dupla*, 12 : 6, quia exponens = 2.
  - *Tripla*, 12 : 4, - - - - - - = 3.
  - *Qdrpla*, 12 : 3, - - - - - - = 4 &c.
- *Minoritatis*, ſeu *ſubmultipla*, dum antecedens eſt minor conſequente, & in ſpecie - - -
  - *Subdupla*, 6 : 12, quia exponens = $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$
  - *Subtripla*, 4 : 12, - - - - - - = $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ &c.

NB. In hac exponens ſemper eſt fractio.

Scholion. *Dum exponens præter integrum habet fractum, appellationes ſunt variæ.*

75 *Corollarium.* Rationes æquales ſunt, quæ habent eundem exponentem. 12 : 6 = 24 : 12, & 4 : 8 = 5 : 10. Ratio econtra major eſt, quæ habet exponentem majorem. 6 : 3 < 6 : 2; at 6 : 2 > 8 : 4, & 4 : 12 > 4 : 16.

76 *Theorema I.* In ratione { *Arithmetica* Summa ex termino minore & Differentia / *Geometrica* Factum ex termino minore & Exponente } dat majorem.

Sit 6 — 2, Differentia 4, erit 4 + 2 = 6 termino majori. In Geom. 12 : 6, exponens 2, erit 6. 2 = 12. (§. 24.) Eſt nempe Diviſor multiplicatus per quotum.

77 *Theorema II.* Quæ habent eandem rationem ad idem tertium, ſunt æqualia.

Sit $a : b$ & $d : b$. Erit $bc = a$ (§. 76); ſed idem $bc = d$ (ib.); ergo $a = d$ (§. 7.)

78 **PROPORTIO** eſt duarum rationum æqualitas, & ideo exprimitur per ſignum =, item :: &c.

79 Proportio
- *Continua*, dum conſequens rationis primæ eſt iterum antecedens ſecundæ. 12 : 6 = 6 : 3, vel 12 : 6 : 3, $a : b = b : c$, vel $a : b : c$, vel $\dddot{=} a. b. c.$
- *Diſcreta*, dum rationum antecedentes ſunt diverſi. 12 : 6 = 8 : 4, $a : b = d : g$, vel &c.

80 *Theorema I. Fundamentale.* Factum duorum extremorum (*termini primi & quarti*) eſt æquale facto mediorum (*ſecundi & tertii*): vel *in continua*, Quadrato medii.

Sit $a : b = c : d$. Erit (§. 76) $nb : b = nd : d$; ſed in hac, multiplicando medios & extremos, eſt $nbd = bnd$; ergo etiam $ad = bc$ (§. 7).

81 *Coroll.* 1. Datis itaque tribus terminis obtinetur quartus, ſi *factum mediorum* (vel in *continua*, quadratum medii) *dividatur per primum* terminum (§. 24). Sit 8 : 4 = 6 : quartum, quem interim voco x. Erit 4. 6 = 24 = 8. x; & 24 diviſum per 8 = x = 3; proinde 8 : 4 = 6 : 3.

82 *Coroll.* 2. In continua *Medius proportionalis* habetur, ſi ex facto datorum duorum extremorum extrahatur radix quadrata. Sit 8 : $x = x : 2$, Erit 16 = xx; ergo $x = 4$, proinde 8 : 4 : 2.

83 *Coroll.* 3. Hinc $\dddot{=}$ 1 : a : aa : aaa : $aaaa$ &c. hoc eſt, Unitas, Radix, Quadratum, Cubus, & quotcunque demum potentiæ naturali ſuo ordine poſitæ, ſunt *continuæ* proportionales (§. 80.)

84 *Coroll.* 4. Hinc Unitas eſt ad Multiplicatorem, ſicut Multiplicandus ad Factum. Et: Unitas eſt ad Quotum, ſicut Diviſor eſt ad Dividendum. Et in Fractionibus; Denominator ad ſuum Numeratorem, ſicut Denominator novus ad Numeratorem quærendum (§. 43)

85 *Scholion.* Quæ a §. 75 uſque ad §. 82 dicta ſunt, *quantitatibus* Æquidifferentibus (*ſeu Arithmetice proportionalibus*) *facile applicabis, modo id obſerves*: in proportione Arithmetica debere fieri per *Additionem*, quod in Geometrica fit per *Multiplicationem*; & per *Subtractionem*, quod in illa fit per *Diviſionem*. Medius vero æquidifferens *obtinetur, ſi ſumma primi & tertii dividatur per* 2.

86 *Theorema II.* Duo facta æqualia solvi possunt in proportionem *Reciprocam.* (*Sequitur ex* §. 80.) Nempe si $ab = cd$, erit $a : c = d : b$, ita ut, si a (quod arbitrarium est) assumas pro primo proportionis termino, illius socius factor b pro ultimo poni debeat; factores vero alterius partis c & d pro mediis.

NB.

Sit $ab = cd$ — $8 \cdot 3 = 4 \cdot 6$.

erit $a : c = d : b$ — $8 : 4 = 6 : 3$

A) $a : d = c : b$, Alternando, — $8 : 6 = 4 : 3$, vel Permutdo,

B) $c : a = b : d$, Invertendo, — $4 : 8 = 3 : 6$

$c : b = a : d$ &c. &c. — $4 : 3 = 8 . 6$

Item — Item

C) Dividendo, $a - c : c = d - b : b$ — $8 - 4 : 4 = 6 - 3 : 3$

D) Componendo, $a + c : c = d + b : b$ — $8 + 4 : 4 = 6 + 3 : 3$

E) Convertendo, $a : a - c = d : d - b$ — $8 : 8 - 4 = 6 : 6 - 3$

F) Mixtim, $a + c : a - c = d + b : d - b$ — $8 + 4 : 8 - 4 = 6 + 3 : 6 - 3$

G) Item, $a + d : c + b = a : c$ — $8 + 6 : 4 + 3 = 8 : 4$

H) $a - d : c - b = a : c$ — $8 - 6 : 4 - 3 = 8 : 4$

87 *Coroll.* Hinc varie transponi possunt termini, ut tamen semper maneat proportio *juxta* §§. 80, 78, 75. Vid. *NB.*

88 *Theorema III.* Proportionalia tertio sunt proportionalia inter se (§. 78, 75.)

89 *Theorema IV.* Quatuor proportionales singillatim multiplicati, aut divisi per alios quatuor ipsis correspondentes proportionales, dant facta & quotos proportionales.

Dem. per Algebram ex §. 76. Sit $512 : 64 = 216 : 27$, erunt *facta* $4096 : 256 = 1296 : 81$

$8 : 4 = 6 : 3$ *quot:* $64 : 16 = 36 : 9$ *juxta* §. 80 *vel* 75.

Coroll. Hinc si Radices sunt proportionales, etiam proportionales sunt earundem Potentiæ.

91 *Theorema V.* Æquemultipla (*per idem multiplicata*) aut æquesubmultipla (*per idem divisa*) sunt simplis (adeoque per §. 88. etiam sibi invicem) proportionalia.

Dem. ex §. 76, Sit $8 : 4 = 6 : 3$. Multiplicando 6 & 3 *ex gr.* per 3, erit $6 : 3 = 18 : 9$; Dividendo 6 & 3 per 3, erit $6 : 3 = 2 : 1$ (§. 75.)

92 *Theorema VI.* Si sint duæ proportiones, in quibus sibi invicem subscriptis, lineæ ad inæquales quantitates ductæ sunt parallelæ, erunt hæ quantitates proportionales *ex æquo.*

Dem. Sit $a : b = c : d$, Erit $a : c = b : d$

& $b : m = d : n$, $b : d = m : n$ (§. 87, *A*); ergo $a : c = m : n$ (§. 88) vel $a : m = c : n$ (§. 87. *A*)

93 *Theorema VII.* Si, in eadem hypothesi, lineæ ad inæquales quantitates ductæ convergunt, erunt hæ quantitates proportionales *ex æquo perturbato.*

Dem. Sit $a : b = c : d$.

& $b : m = n : c$: erit ob $bc = bc$ (§. 80.) etiam $ad = mn$ (§. 7.); unde $a : m = n : d$ (§. 86.)

94 *Theorema VIII.* Si in duabus proportionibus primi antecedentes, & ultimi consequentes (vel vice versa) æquales sunt, reliqui termini sunt *reciproce* proportionales.

Dem. Sit $a : b = c : d$

& $a : m = n : d$, erit $ad = bc = mn$; unde $b : m = n : c$ (§. 86).

95 *Theorema IX.* Si in duabus proportionibus bini antecedentes, vel bini consequentes sunt æquales, reliqui termini proportionales sunt.

Dem. Sit $a : b = c : d$ Erit $a : c = b : d$,

& $a : m = c : n$, $a : c = m . n$ (§. 87, *A*.); ergo $b : d = m : n$ (§. 88.)

96 *Theorema X.* Si sint quotcunque termini proportionales, erit Summa omnium antecedentium ad summam omnium consequentium, ut quivis antecedens ad suum consequentem.

Dem. Sit sub exponente, $a : b = c : d = e : f$, erit (§. 76 & h.), $(nb + nd + nf) : (b + d + f) = nb : b$ $(= a : b)$; nam $(nb + nd + nf)\ b = (b + d + f)\ nb$; ergo. (§. 80.)

97 RATIO COMPOSITA est comparatio facti ex antecedentibus cum facto ex consequentibus plurium rationum sive æqualium, sive diversarum; ejusque exponens semper est factum exponentium simplicium.

Sint rationes simplices 4 : 2, 8 : 4, 6 : 2, *erit composita* (4 . 8 . 6) : (2 . 4 . 2) *seu* 192 : 16. *Exponens* $= 12 = 2 . 2 . 3$.

98 *Coroll.* 1. Hinc exponens compositæ e duabus rationibus *æqualibus*, semper est quadratum exponentis simplicis, diciturque *Ratio Duplicata* (non dupla); exponens vero compositæ e tribus rationibus æqualibus, est cubus exponentis simplicis, diciturque *Ratio Triplicata* (non Tripla) &c. &c.

99 *Coroll.* 2. Atque inde in proportione continua primus terminus est ad tertium in ratione duplicata; ad quartum in ratione triplicata termini primi ad secundum (sive ut quadratum, ut cubus termini primi, ad quadratum, ad cubum termini secundi) & universim: *Potentiæ sunt in ratione tantuplicata radicis, seu laterum, quot unitates habet ejus potentiæ.* Ulura oretenus.

100 REGULA TRIUM (merito *Aurea* dicta) eſt methodus ad datos tres numeros inveniendi quartum proportionalem, *juxta* §. 81. Et hæc quidem dicitur *Regula aurea ſimplex; Compoſita* vero illa, in qua datis 5, vel 7 numeris debet inveniri ſextus, vel octavus proportionalis. Utraque rurſum dividi ſolet in *Directam* (in qua termini eo, quo proponuntur, ordine) & *Inverſam*, in qua termini inverſo ordine, ſunt proportionales. Regula Inverſa opus non eſt, modo termini debito ordine collocentur.

101 Scholion 1. *Pretia mercibus, reditus & cenſus tempori ac ſorti, merces operarum labori ac tempori: partes ſimiles Totis, pondera ponderibus, & menſuræ menſuris &c. proportionalia ſunt.*

102 Scholion 2. *Ut proportionis terminos debito ordine colloces,* 1) *Adverte, quid quærendum ſit? & ſemper quantitatem quærendæ homogeneam pone pro tertio termino.* 2) *Adverte, an conſideratis quæſtionis circumſtantiis quartus, qui quæritur, terminus minor eſſe debeat, quam tertius: tunc enim etiam ſecundus terminus minor eſſe debet, quam primus. Et vice verſa. En paradigmata.*

I. 2 *ulnæ panni conſtant* 8 *fl.; quot conſtabunt* 6 *ulnæ? Stabit proportio* directe . . .
2 *ulnæ ſunt ad* 6 *ulnas; ſicut* 8 *fl. ad florenos x. Erit* $x = (6.8) : 2 = 48 : 2 = 24$ *fl.* (§. 81).

II. 10 *Laboratores abſolvunt opus intra* 18 *dies; quot diebus ad idem opus abſolvendum indigebunt laboratores* 20? *indigebunt utique diebus paucioribus; igitur quartus numerus dierum,* 20 *laboratoribus reſpondentium, minor eſſe debet, quam tertius; proinde etiam ſecundus terminus minor eſſe debet, quam primus. Erit ergo proportio* inverſe: 20 : 10 = 18 : *x; ergo* $x = (10.18) : 20 = 180 : 20 : = 9$ diebus.

103 III. REGULA COMPOSITA *compendio quidem & unica Regula Trium peragi ſolet, ſi res in quæſtione propoſitæ prius per adjectas ſuas circumſtantias multiplicentur; tutius tamen ages, ſi facias diſtinctas proportiones duas, dum* 5; *tres, dum* 7 *ſunt termini; illudque ſimul attendas, an non proportionum quapiam ſit* Inverſa.

Sors 100. *fl. dat* 2 *annorum ſpatio cenſum* 10 *fl.; quantum cenſum intra* 3 *annos dabunt* 2480 *fl.? Fac . . .*
1) *fl.* 100 : 2480 = 10 *fl. cenſus* 100 *fl. reſpondens, ad cenſum x intra eosdem* 2 *annos. Erit* $x = 248$ *fl.*
2) 2 *anni ſunt ad* 3 *annos; ut* 248 *fl. cenſus* 2 *annorum* 2480 *fl. reſpondens, ad cenſum* 3 *annor. Erit* $x = 372$ *fl.*

104 Scholion 3. Compendio *locus eſt* I. *dum unus terminus ex tribus datis eſt alterius aliquota, vel cum duo ex dato termini per quemcunque altum numerum exacte dividi poſſunt* (§. 91.) *Sit* 100 : 5 = 8646 : *x, erit* 20 : 1 = 8646 : *x,* = $432\frac{6}{20}$. *Vel ſit* 72 : 48 = 10 : *x, dividendo primos duos per* 8, *erit etiam* 9 : 6 = 10 : *x, vel etiam* 3 : 2 = 10 : *x* = $6\frac{2}{3}$. II. *Dum integri cum fractis proportionem ingrediuntur, reduci poſſunt ad eundem Denominatorem, & operatio fieri cum ſolis Numeratoribus. Fractiones enim eundem Denominatorem habentes, utpote partes ſimiles* (§. 101.), *ſunt inter ſe ut Numeratores.*

105 REGULA SOCIETATIS. Summam aliquam, lucrum vel damnum plurium totale, tributum pendendum &c. in partes æquales dividit juxta ſummæ partialis collatæ, vel annuorum redituum &c. proportionem. Tot faciendæ ſunt proportiones, in quot partes ſumma dividenda eſt.

Ex. gr. Dederit mercator *A* 10000 *fl.*, *B* 5000 *fl.*, *C* 3000 *fl.*, erit totum collatum 18000 *fl.* Lucrati ſunt ſimul 9000 *fl.*

Proportio ſemper ſic ordinatur: *Ut totum collatum ad quodvis partiale collatum* A, B *&c. ita totum lucrum ad lucrum reſpondens collato* A, B *&c.*

18000 : 10000 = 9000 :	*x*	=	5000 *fl.* Lucrum merc. *A*
: 5000 = :	*y*	=	2500 *fl.* Lucrum merc. *B.*
: 3000 = :	*z*	=	1500 *fl.* Lucrum merc. *C.*

106 Schol. 1. *Si collatis pecuniis adjuncta ſint tempora diverſa, multiplicetur prius collatum quodvis per ſuum tempus, tum fiat proportio modo nunc dicto.* Examen: *Summa lucrorum partialium debet eſſe æqualis lucro toti.*

107 Schol. 2. *Regulam* Alligationis & falſi *Algebra;* Logarithmos *Trigonometria reſervamus.*

108 PROGRESSIO eſt ſeries numerorum *Arithmetice* vel *Geometrice continue* proportionalium.

109 *Theorema.* In progreſſione *Arithmetica* Summa termini primi & ultimi eſt æqualis Summæ quorumvis duorum meliorum ab extremis æquediſtantium, vel (ſi numerus terminorum eſt impar) medii duplo. In *Geometrica,* dictorum numerorum facta ſunt æqualia.

Sit Arith. 1, 3, 5, 7, 9, 11; *erit* 1 + 11 = 5 + 7, & 1 + 9 = 5 + 5. *Geom.* 1, 2, 4, 8, 16, 32: *erit* 1. 32 = 4. 8, & 1. 16 = 4. 4, &c. Demonſtratur ex ipſa geneſi Progreſſionum (§. 73, 76, 85).

110 *Coroll.* 1. *Progreſſionis Arithmeticæ maximus* terminus invenitur ſic 1) Differentia multiplicetur per numerum terminorum unitate mulctatum. 2) Facto, quod prodit, adde terminum minimum. *Minimus* vero habetur, ſi nunc dictum Factum ſubtrahas a termino maximo. *In Exempl.* §. 109, 2 (6 — 1) *ſeu* 2. 5 = 10, adde primum 1, erit ultimus ſeu *maximus* 11; *minimus* vero 11 — 10 = 1.

Summa invenitur, ſi Summa termini primi & ultimi multiplicetur per dimidium numerum terminorum. Sic §. 109, (1 + 11.) 6: 2, *ſeu* 12. 3 = 36 *Summa* omnium terminorum.

111 *Coroll.* 2. *Progreſſionis Geometricæ maximus* terminus ſic reperitur. 1) Exponentem rationis toties per ſe ipſum multiplica, quot unitates, demptis duabus, habet numerus terminorum. 2) Factum hoc multiplica per minimum terminum. Ut vero habeas *maximum*, per hoc Factum divide maximum. Sic §. 109, numerus terminorum = 6; igitur Exponente 2 quater in ſeipſum ducto, erit Factum, idemque (cum minimus terminus 1 nihil multiplicet) *maximus* = 32; minimus vero = 32 : 32 = 1.

Summa ſic prodit. 1) Minimum terminum ſubtrahe a maximo. 2) Reſiduum divide per Exponentem unitate mulctatum. 3) Quoto huic adde terminum maximum. Sic §. 109, 32 — 1 = 31, hoc 31 : 1 = 31; Adde maximum 32, erit *Summa* 31 + 32 = 63.

ÆQUA-

112 Æquatio eſt expreſſio ejusdem quantitatis per duos valores æquales. *Radix æquationis* dicitur valor quantitatis incognitæ (x, y, z, §. 3.); qui ſi fuerit poſitivus ($x = a$), radix erit *vera*; ſi negativus ($x = -a$), radix *falſa* erit, & non practica.

113 Æquationes nituntur Proportionibus, & Axiomatis §§. 4, 5, 6, 7, 8 allatis, itemque ſequentibus:

114 *Si æqualibus addas, vel ſubtrahas æqualia, manent æqualia.* Metatheſis.

115 *Si æqualia multiplices, vel dividas per æqualia, manent æqualia.*

116 *Radices Quadratorum, Cuborum &c. æqualium, æquales ſunt.*

117 Problema Algebraicum ſoluturus, 1) Statum quæſtionis ſolvendæ, omnesque ejus circumſtantias bene diſcute: quid notum in ea detur? quid ignotum? quid quærendum?

2) Fiat *Denominatio:* cognita primis, incognita ultimis Alphabeti literis (x, y, z) exprime.

3) Fiat *Æquatio:* vide, quænam perpenſis bene Problematis circumſtantiis dicantur, vel colligantur eſſe æqualia, aut proportionalia; eaque per proportionem, aut æquationem exprime. Hinc etſi habeas plures terminos incognitos, x, y, z, ſi tamen ſit ex. gr. x duplum de y, & triplum de z, exprime y per $\frac{1}{2}x$; & z per $\frac{1}{3}x$, ſicque habebis unicum incognitum. Quod ſi vero hæc reductio ad unicum incognitum fieri per Problematis hypotheſes nequeat, tot æquationes faciendæ erunt, quot ſunt termini incogniti.

4) Poſita jam ſemel æquatione id unice age, ut quantitatem incognitam ab omnibus cognitis liberam ex una æquationis parte omnino ſolam habeas, ex altera vero parte meras cognitas. Si incognita per cognitas multiplicata ſit, eam & alteram æquationis partem per easdem cognitas divide: ſi diviſa, multiplica. Denique adde, ſubtrahe, extrahe radicem, ſi opus ſit. Fractiones tolles reducendo eas ad Denominatorem communem, & per hunc totam æquationem multiplicando &c. Id ſemper cura, ut quod, cum una æquationis parte facis, idem facias cum altera.

5) Denique ſi incognitam jam meris cognitis æqualem obtinuiſti, valores hos cognitarum, incognitæ æqualium, in numeros ſolve, & habes quæſtionis *Reſolutionem.* Quod ſi Problema ſit Geometricum, ultimo fit *Conſtructio*, ſeu reſolutio æquationis in lineas, vel figuram. Sit igitur primum exemplum, alias per Regulam *falſi* moleſta operatione reſolvendum.

118 *I. Petrus moriturus tribus amicis* 1000 *fl. legat ea conditione, ut Paulus acquirat duplo plus, quam Jacobus; Joannes vero quintam partem Summæ amborum, & præterea* 40 *fl. Quæritur, quantum ſinguli?*

Denominatio. Nihil in propoſita quæſtione notum eſt præter legatum 1000 fl. $= a$. Incognita Summa obventura Paulo $= x$; Jacobo $= y$; Joanni $= z + 40$. At vero vides ex conditione Problematis, Jacobo deberi ſubduplum ſummæ Pauli; ergo loco y pone $\frac{1}{2}x$. Item cum Joanni debeatur quinta pars Summæ amborum priorum, loco z pone $(x + \frac{1}{2}x)\ \frac{1}{5}$, hoc eſt, (§. 32.) $\frac{2x + x}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3x}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3x}{10}$ (§. 40, 42.), proinde Summa Joannis $= \frac{3x}{10} + 40$. Unde

Æquatio erit, $x + \frac{1}{2}x + \frac{3}{10}x + 40 = a = 1000$

(§. 32.) $\frac{20x + 10x + 6x}{20} + 40 = a$

hoc eſt, $\frac{36x}{20} + 40 = a$

Subtrahe 40, erit $\frac{36x}{20} = a - 40$

Multipl. per 20, erit $36x = (a - 40)\,20$

Divide per 36, erit $x = \frac{(a - 40)\,20}{36}$

Examen. $x = 533\frac{1}{3}$

$\frac{1}{2}x = 266\frac{2}{3}$

$\frac{3}{10}x = 160$

$+ 40$

Summa, $1000 = a$, reſtituit cognitum.

} ex conditione Problematis.

Reſolutio in numeros, erit $x = ((1000 - 40)\,20) : 36 = (960 \cdot 20) : 36 = 19200 : 36 = 533\frac{1}{3}$

Hinc Summa Jacobi $= \frac{1}{2}x = (533\frac{1}{3}) : 2 = 266\frac{2}{3}$.

Summa Joannis $= \frac{3x}{10} + 40 = 3\,(533\frac{1}{3}) : 10 + 40 = 160 + 40$.

119 II. *Unum* Mobile intra unum diem peragit iter *a*, & jam movetur diebus *e*. Alterum Mobile insequitur modo, sed intra diem peraget majus iter *b*; quæritur, post quot dies ambo convenient?

Denominatio. Tempus quærendum $= x$. Iter jam confectum a primo $= ae$, Iter adhuc conficiendum a primo Mobili $= ax$. Iter conficiendum a secundo $= bx$.

Æquatio. $ae + ax = bx$, jam subtr. ax: quia $ax < bx$, erit $x = bx - ax$, & divid. per $b - a$,

$$\frac{ae}{b-a}$$

erit $\frac{ae}{b-a} = x$

Resolutio. Sit $a = 10$, $e = 8$, $b = 14$.

Erit $ae : (b-a) = 10.8 : (14-10) = 80 : 4 = 20$ *dies.*

120 III. Dentur duæ species argenti. Primæ probitas, sive *Lega* sit 8 (achtlöthig), alterius 4. Ex his componi debet mixtum lb. 100 sub *Lega* 6. Quæritur, quot partes ex quavis specie sumendæ?

Denominatio. Sint speciei primæ partes accipiendæ $= x$ secundæ y. Exprimantur hæ partes, sub sua *Lega* (vel *pretio*) nempe hic $8x$ & $4y$. Mixtum totum vero sub sua nova *Lega* $= 100.6 = 600$. Ratio expressionis hujus e, quia $1 : 8 = x : 8x$.

Æquatio. $x + y = 100$. $x = 100 - y$ (§. 114)

& $8x + 4y = 600$. Substituendo $100 - y$ loco x.

erit $8(100 - y) + 4y = 800 - 4y = 600$

(§. 114) $800 = 600 + 4y$

$800 - 600 = 200 = 4y$.

hinc (§. 115) $200 : 4 = 50 = y$.

Et quia $x = 100 - y = 100 - 50 = 50$, sequitur ex quavis argenti specie 50 lb. sumendas esse.

Scholion. *Hujusmodi Problemata dicuntur* Mixtionis, *vel* Alligationis, *dum metalla, frumentum, vina &c. diversæ probitatis miscentur, eorumque valor intrinsecus aque ac extrinsecus seu pretium augetur, vel minuitur.*

121 IV. Inter duos numeros datos *a* & *b* invenire quotcunque medios continue proportionales.

Sint inveniendi duo x & y.

Erit (§. 79.) $a : x : y : b$

Sed $a : b = a^3 : x^3$ (§. 99.)

$$\frac{ba^3}{}$$

Ergo (§. 82.) $x^3 = \frac{ba^3}{}$ (§. 23.)

Unde $x = \sqrt[3]{ba^2}$

Invento x habebis y. tertium nempe proportionalem (per §. 81); & cum respectu quorumcunque duorum antecedentium quivis proxime sequens sit tertius proportionalis, patet, invento semel secundo termino facile reperiri quotcunque medios continue proportionales.

122 V. Datis tribus terminis *a*, *b*, *c* invenire quartum *harmonice* proportionalem $= x$.

NB. In Proportione Harmonica debet esse differentia inter terminum primum & secundum ad differentiam inter tertium & quartum, ut est terminus primus ad quartum. Itaque

Erit $a - b : c - x = a : x$

unde (§. 80) $ax - bx = ac - ax$, add. ax

$2ax - bx = ac$, div. per $2a - b$

$$\frac{ac}{2a-b}$$

erit $x = \frac{ac}{2a-b}$.

Sit $a = 6$, $b = 8$, $c = 12$, erit $x = 18$.

123 *PROBLEMA INDETERMINATUM* est, in quo non per ipsas propositæ quæstionis conditiones, sed ex numero aliquo ad libitum (nisi expresse adsit aliqua conditio restringens) assumpto reliqui determinantur. Unde in his Problematibus eo redigi debet æquatio, ut ex una parte sit unus incognitus terminus solus, ex alia alter incognitus quibuscunque cognitis affectus. Pro hoc affecto aliume numerum quemvis, & ex eo determinabitur incognitus ex altera parte solus positus; inde tertius incognitus &c.

124 Distribuendi sint 100 *fl.* in 30 studiosos pauperes ea lege, ut Theologus aquirat 8, Philosophus 5, Humanista. 1 *fl.* Quæritur, quot sint futuri Thli. quot Phli, quot Humstæ? Sit numerus Theologorum $= x$, Phlorum $= y$, Humst. $= z$. Erit per conditionem Probl. $x + y + z = 30$, & multiplicando numerum horum per fl. $8x + 5y + 1z = 100$ *fl.*

Et quia ex prima æquat. $x = 30 - y - z$ (§. 114.)

erit secunda æquatio, $8(30 - y - z) + 5y + z = 100$

hoc est $240 - 8y - 8z + 5y + z = 100$.

seu $240 - 3y - 7z = 100$ (§. 12.)

Erit autem $240 - 100 - 3y - 7z = 0$ (§. 114.)

igitur $140 - 3y = 7z$.

Assume jam $y = 7$. erit $140 - 3 \cdot 7 = 119 = 7z$.

Consequenter $119 : 7 = 17 = z$.

Unde $x = 30 - y - z = 30 - 7 - 17 = 30 - 24 = 6$.

125 *ÆQUATIO QUADRATICA Simplex* est, dum Quadratum termini incogniti æquatur meris cognitis, ex. gr. $xx = cd + b$. *Affecta* est, dum præter Quadratum incogniti adest præterea radix incogniti affecta cognito, ex. gr. $xx + ax = db$.

Pro solvenda æquatione Quadratica affecta hæc nota. Constat ex §. 56, omne Quadratum componi ex quadratis & duplo facto duarum partium. Quadratum de $x + \frac{1}{2}a$ est $xx + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{4}aa$, hoc est $xx + ax + \frac{1}{4}aa$. Si itaque detur æquatio $xx + ax = db$, statim video, $xx + ax$ esse quadratum binomium *incompletum*, cum illi desit quadratum partis secundæ. Video simul, x esse unam partem radicis, & (quia ax duplum factum) $\frac{1}{2}a$ esse necessario secundam partem radicis; est enim $ax = \frac{1}{2}a.x + \frac{1}{2}a.x$. Fiet igitur Quadratum completum; si hujus partis $\frac{1}{2}a$ quadratum $\frac{1}{4}aa$ addam, & quidem (ut maneat salva æqualitas) utrique æquationis parti. Erit nempe $xx + ax + \frac{1}{4}aa = db + \frac{1}{4}aa$ (§. 114.) Hoc facto solvi jam poterit æquatio, & x solum reperiri. Nam extrahendo radicem, erit $x + \frac{1}{2}a = \sqrt{(db + \frac{1}{4}aa)}$; proinde (§. 114.) $x = \sqrt{(db + \frac{1}{4}aa)} - \frac{1}{2}a$.

FINIS.

Pro Progressione

I. Quæ est Summa pulsuum in horolog usque ad 12. noctis inclusive? ℞.

II. Dux copiarum 20 militibus vallum eorum primo quidem promittit 560 fl., & sic deinceps: quærit 20mus, quantum omnes simul sin

℞. *Ultimus* 220, *omnes simul* 8200 fl

III Emit quidam Bibliothecam 1436 dat 8 numos, pro secundo 12, p constabunt omnes libri simul?

℞. 4132808 *numos*, seu 17220 fl.

Pro Progressione

I. Venduntur 40 paria equorum. Pro pro secundo pari 4, pro tertio simul?

℞. 2199023255550 fl.

II. Quot grana tritici accepisset Sessa si ei a Rege Scheram ex pacto dem abaci areola 1, pro secunda porro usque ad 64tam areolam in

℞. 18446744073709551615 gran

Problemata Algebra

I. Invenire duos numeros, quorum Su Dicatur minor numerus x, eri $x + x + 16$, hoc est $2x + 16 =$ major 53.

II. Invenire duos numeros, qui sint vicem subtracti relinquant 32. S (§. 76.) Æquatio. $3x - x = 32$ jor 48.

Universaliter. Invenire duas quanti e, differentia d. Sit minor quanti tio. $ex - x = d$, seu $(e - 1)$ $\frac{d}{e-1}$.

III. Cursor intra diem peragit leucas ter, primumque assequi deberet i titas itineris diurni x a secundo mum dato tempore e assequatur. unde $(ab + ae) : e = x$.

Sit $a = 12$, $b = 4$, $e = 10$, erit,

IV. Divinare numerum quemcunque ceptum. Voca numerum hunc x, multiplicare suum numerum pe addi 6, habebis $3x + 6$; interr 18; hinc $3x = 18 - 6 = 12$, erg *va rem reddet claram.*

IMETICA ADDITIO.

	18 *gr.*	1 *xr.*	2 *n.*	*V.*	120°	54′	48″
	9	2	2		33	24	30
	8	1	0		154	19	18

SUBTRACTIO.

	7 *gr.*	2 *xr.*	1 *n.*	*V.*	179°	50′	10″	23‴
	19	2	3		88	54	41	53
	7	2	2		90	55	28	30

DIVISIO.

I. Divisor 4) 12976 (3244 *Quotus.*

II. 246, 00) 194408, 43 (790 $\frac{6843}{24600}$

1722 : :

2220 :

2214 :

68

ACTIO.

$3c + 4dg$

$3c + dg$

$+ \quad -$

$+ 3dg$

MULTIPLICATIO.

I. $a . b = a \times b = ab$, & $(ad + e)\, b = abd + bc$.

II. $a . a = aa = a^2$, non $2a$, & $a . a^2 = a^3$

III. $5bcf - eg$, multiplicandum,

$3ab - de$, multiplicans,

$15abbcf - 3abeg = 5bcdef + deeg$, Factum.

EXTRACTIO RAD. CUBICÆ

Suppositum	*aaa*	3*aab*	3*bba*	*bbb*			
I. Operatio	1 3	8	1	4			
Subtr. *aaa* =	8	:	:	:			
Div. 3*aa* = 12)	5	8	:	:			
	3	6	:	:			
	2	2	1	:			
Subtr. 3*bba* =		5	4	:			
	1	6	7	4			
Subtr. *bbb* =			2	7			
Div. 3*aa* = 1587)	1	6	4	7	0	0	0
	1	4	2	8	3	:	:
		2	1	8	7	0	:
Subtr. 3*bba* =			5	5	8	9	:
		1	6	2	8	1	0
Subtr. *bbb* =					7	2	9
		1	6	2	0	8	1

$\left(\begin{matrix} 2\ 3\frac{9}{10} \\ a\ b \end{matrix}\right.$

a novum

119 II. *Unum* Mobile intra unum diem peragit iter a, & jam movetur diebus e. Alterum Mobile insequitur modo, sed intra diem peraget majus iter b; quæritur, post quot dies ambo convenient?

Denominatio. Tempus quærendum $= x$. Iter jam confectum a primo $= ae$, Iter adhuc conficiendum a primo Mobili $= ax$. Iter conficiendum a secundo $= bx$.

Æquatio. $ae + ax = bx$, jam subtr. ax: quia $ax < bx$, erit $x = bx - ax$, & divid. per $b - a$,

$$\text{erit } \frac{ae}{b-a} = x$$

Resolutio. Sit $a = 10$, $e = 8$, $b = 14$.
Erit ae: $(b-a) = 10.8$: $(14-10) = 80$: $4 = 20$ *dies.*

120 III. Dentur duæ species argenti. Primæ probitas, sive *Lega* sit 8 (achtlöthig), alterius 4. Ex his componi debet mixtum lb. 100 sub *Lega* 6. Quæritur, quot partes ex quavis specie sumendæ?

Denominatio. Sint speciei primæ partes accipiendæ $= x$ secundæ y. Exprimantur hæ partes sub sua *Lega* (vel *pretio*) nempe hic $8x$ & $4y$. Mixtum totum vero sub sua nova *Lega* $= 100.6 = 600$. Ratio expressionis hujus est, quia $1 : 8 = x : 8x$.

Æquatio. $x + y = 100$. $x = 100 - y$ (§. 114)
& $8x + 4y = 600$. Substituendo $100 - y$ loco x.
erit $8(100 - y) + 4y = 800 - 4y = 600$
(§. 114) $800 = 600 + 4y$
$800 - 600 = 200 = 4y$.
hinc (§. 115) $200 : 4 = 50 = y$.

Et quia $x = 100 - y = 100 - 50 = 50$, sequitur ex quavis argenti specie 50 lb. sumendas esse.

Scholion. *Hujusmodi Problemata dicuntur* Mixtionis, *vel* Alligationis, *dum metalla, frumentum, vina &c. diversæ probitatis miscentur, eorumque valor intrinsecus æque ac extrinsecus seu pretium augetur, vel minuitur.*

121 IV. Inter duos numeros datos a & b invenire quotcunque medios continue proportionales.
Sint inveniendi duo x & y.
Erit (§. 79.) $a : x = x : y : b$

Sed $a : b = a^3 : x^3$ (§. 99.)

$$\text{Ergo (§. 81.) } x^3 = \frac{ba^3}{3} \text{ (§. 23.)}$$

$$\text{Unde } x = \sqrt[3]{ba^2}$$

Invento x habebis y. tertium nempe proportionalem (per §. 81); & cum respectu quorumcunque duorum antecedentium quivis proxime sequens sit tertius proportionalis, patet, invento semel secundo termino facile reperiri quotcunque medios continue proportionales.

122 V. Datis tribus terminis a, b, c invenire quartum *harmonice* proportionalem $= x$.

NB. In Proportione Harmonica debet esse differentia inter terminum primum & secundum ad differentiam inter tertium & quartum, ut est terminus primus ad quartum. Itaque

Erit $a - b : c - x = a : x$
unde (§. 80) $ax - bx = ac - ax$, add. ax
$2ax - bx = ac$, div. per $2a - b$

$$\text{erit } x = \frac{ac}{2a-b}.$$

Sit $a = 6$, $b = 8$, $c = 12$, erit $x = 18$.

123 *PROBLEMA INDETERMINATUM* est, in quo non per ipsas propositæ quæstionis conditiones, sed ex numero aliquo ad libitum (nisi expresse adsit aliqua conditio restringens) assumpto reliqui determinantur. Unde in his Problematibus eo redigi debet æquatio, ut ex una parte sit unus incognitus terminus solus, ex alia alter incognitus quibuscunque cognitis affectus. Pro hoc affecto alium numerum quemvis, & ex eo determinabitur incognitus ex altera parte solus positus; inde tertius incognitus &c.

124 Distribuendi sint 100 *fl.* in 30 studiosos pauperes ea lege, ut Theologus aquirat 8, Philosophus 5, Humanista. 1 *fl.* Quæritur, quot sint futuri Thli. quot Phli, quot Humstæ? Sit numerus Theologorum $= x$, Phlorum $= y$, Humst. $= z$.
Erit per conditionem Probl. $x + y + z = 30$, & multiplicando numerum horum per fl. $8x + 5y + 1z = 100$ *fl.*
Et quia ex prima æquat. $x = 30 - y - z$ (§. 114.)
erit secunda æquatio, $8(30 - y - z) + 5y + z = 100$
hoc est $240 - 8y - 8z + 5y + z = 100$.
seu $240 - 3y - 7z = 100$ (§. 12.)
Erit autem $240 - 100 - 3y - 7z = 0$ (§. 114.)
igitur $140 - 3y = 7z$.
Assume jam $y = 7$, erit $140 - 3 \cdot 7 = 119 = 7z$.
Consequenter $119 : 7 = 17 = z$.
Unde $x = 30 - y - z = 30 - 7 - 17 = 30 - 24 = 6$.

125 *ÆQUATIO QUADRATICA Simplex* est, dum Quadratum termini incogniti æquatur meris cognitis, ex. gr. $xx = cd + b$. *Affecta* est, dum præter Quadratum incogniti adest præterea radix incogniti affecta cognito, ex. gr. $xx + ax = db$.

Pro solvenda æquatione Quadratica affecta hæc nota. Constat ex §. 56, omne Quadratum componi ex quadratis & duplo facto duarum partium. Quadratum de $x + \frac{1}{2}a$ est $xx + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{4}aa$, hoc est $xx + ax + \frac{1}{4}aa$. Si itaque detur æquatio $xx + ax = db$, statim video, $xx + ax$ esse quadratum binomium *incompletum*, cum illi desit quadratum partis secundæ. Video simul, x esse unam partem radicis, & (quia ax duplum factum) $\frac{1}{2}a$ esse necessario secundam partem radicis; est enim $ax = \frac{1}{2}a.x + \frac{1}{2}a.x$. Fiet igitur Quadratum completum, si hujus partis $\frac{1}{2}a$ quadratum $\frac{1}{4}aa$ addam, & quidem (ut maneat salva æqualitas) utrique æquationis parti. Erit nempe $xx + ax + \frac{1}{4}aa = db + \frac{1}{4}aa$ (§. 114.) Hoc facto solvi jam poterit æquatio, & x solum reperiri. Nam extrahendo radicem, erit $x + \frac{1}{2}a = \sqrt{(db + \frac{1}{4}aa)}$; proinde (§. 114.) $x = \sqrt{(db + \frac{1}{4}aa)} - \frac{1}{2}a$.

FINIS.

Pro Progressione A

I. Quæ est Summa pulsuum in horolo usque ad 12. noctis inclusive? ℞.

II. Dux copiarum 20 militibus vallum eorum primo quidem promittit 560 fl., & sic deinceps: quærit 20mus, quantum omnes simul sin

℞. Ultimus 220, omnes simul 8200 fl

III Emit quidam Bibliothecam 1436 dat 8 numos, pro secundo 12, p constabunt omnes libri simul?

℞. 4132808 numos, seu 17220 fl.

Pro Progressione

I. Venduntur 40 paria equorum. Pro pro secundo pari 4, pro tertio simul?

℞. 2199023255550 fl.

II. Quot grana tritici accepisset Sessa si ei a Rege Scheram ex pacto dem abaci areola 1, pro secunda porro usque ad 64tam areolam in

℞. 18446744073709551615 gran

Problemata Algebra

I. Invenire duos numeros, quorum Su Dicatur minor numerus x, eri $x + x + 16$, hoc est $2x + 16 =$ major 53.

II. Invenire duos numeros, qui sint vicem subtracti relinquant 32. S (§. 76.) Æquatio. $3x - x = 32$ jor 48.

Universaliter. Invenire duas quanti e, differentia d. Sit minor quanti tio. $ex - x = d$, seu $(e - 1)$ $\frac{d}{e-1}$.

III. Cursor intra diem peragit leucas ter, primumque assequi deberet i titas itineris diurni x a secundo mum dato tempore e assequatur. unde $(ab + ae) : e = x$.

Sit $a = 12$, $b = 4$, $e = 10$, erit

IV. Divinare numerum quemcunque ceptum. Voca numerum hunc x multiplicare suum numerum pe addi 6, habebis $3x + 6$; interr 18; hinc $3x = 18 - 6 = 12$, er va rem reddet claram.

HMETICA ADDITIO.

	18 gr.	1 xr.	2 n.	V.	120.	54.	48
	9	2	2		33.	24.	30
	8	1	0		154.	19.	18

SUBTRACTIO.

	7 gr.	2 xr.	1 n.	V.	179.	50.	10.	23
	19	2	3		88.	54.	41.	53
	7	2	2		90.	55.	28.	30.

DIVISIO.

30040
80900
27039
0320
30236000

I. Divisor 4) 12976 (3244 Quotus.

II. 246, 00) 194408, 43 (790 $\frac{6843}{24600}$
1722::
2220:
2214:
68

ACTIO.

$3c + 4dg$
$3c + dg$
$-$
$+ 3dg$

MULTIPLICATIO.

I. $a . b = a \times b = ab$, & $(ad + e)\, b = abd + bc$.

II. $a . a = aa = a^2$, non $2a$, & $a . a^2 = a^3$

III. $5bcf - eg$, multiplicandum,
$3ab - de$, multiplicans,
$15abbcf - 3abeg = 5bcdef + deeg$, Factum.

EXTRACTIO RAD. CUBICÆ.

Suppositum	aaa	3aab	3bba	bbb	(2 3 $\frac{9}{10}$ a b
I. Operatio	1 3	8	1	4	
Subtr. aaa =	8	:	:	:	
Div. 3aa = 12)	5	8	:	:	a novum
	3	6	:	:	
	2	2	1	:	
Subtr. 3bba =		5	4	:	
	1	6	7	4	
Subtr. bbb =			2	7	
Div. 3aa = 1587)	1	6	4	7	0 0 0
	1	4	2	8	3 : :
		2	1	8	7 0 :
Subtr. 3bba =			5	5	8 9 :
		1	6	2	8 1 0
Subtr. bbb =					7 2 9
		1	6	2	0 8 1

A

60	59	58	57
60 0	59 0	58 0	57 0
	58 1	57 2	56 3

D

I		56 4	55 6
			54 9

1	0	1	2	3			
2	0	2	0 4				
3	0	3	0 6	0 9	4		
4	0	4	0 8	0 12	0 16		
5	0	5	0 10	0 15	0 20		
6	0	6	0 12	0 18	0 24		
7	0	7	0 14	0 21	0 28		
8	0	8	0 16	0 24	0 32		
9	0	9	0 18	0 27	0 36		
10	0	10	0 20	0 30	0 40		
11	0	11	0 22	0 33	0 44		
12	0	12	0 24	0 36	0 48		
13	0	13	0 26	0 39	0 52		
14	0	14	0 28	0 42	0 56		
15	0	15	0 30	0 45	1 0		
16	0	16	0 32	0 48	1 4		
17	0	17	0 34	0 51	1 8		
18	0	18	0 36	0 54	1 12		
19	0	19	0 38	0 57	1 16		
20	0	20	0 40	1 0	1 20		
21	0	21	0 42	1 3	1 24		
22	0	22	0 44	1 6	1 28		
23	0	23	0 46	1 9	1 32		
24	0	24	0 48	1 12	1 36		
25	0	25	0 50	1 15	1 40		
26	0	26	0 52	1 18	1 44		

39	38	37	36	35	34	33	32	31	60
39 0	38 0	37 0	36 0	35 0	34 0	33 0	32 0	31 0	60
38 21	37 22	36 23	35 24	34 25	33 26	32 27	31 28	30 29	59
37 42	36 44	35 46	34 48	33 50	32 52	31 54	30 56	29 58	58
37 3	36 6	35 9	34 12	33 15	32 18	31 21	30 24	29 27	57
36 24	35 28	34 32	33 36	32 40	31 44	30 48	29 52	28 56	56
35 45	34 50	33 55	33 0	32 5	31 10	30 15	29 20	28 25	55
35 6	34 12	33 18	32 24	31 30	30 36	29 42	28 48	27 54	54
34 27	33 34	32 41	31 48	30 55	30 2	29 9	28 16	27 23	53
33 48	32 56	32 4	31 12	30 20	29 28	28 36	27 44	26 52	52
33 9	32 18	31 27	30 36	29 45	28 54	28 3	27 12	26 21	51
30	31 40	30 50	30 0	29 10	28 20	27 30	26 40	25 50	50
51	31 2	30 13	29 24	28 35	27 46	26 57	26 8	25 19	49
12	30 24	29 36	28 48	28 0	27 12	26 24	25 36	24 48	48
33	29 46	28 59	28 12	27 25	26 38	25 51	25 4	24 17	47
54	29 8	28 22	27 36	26 50	26 4	25 18	24 32	23 46	46
15	28 30	27 45	27 0	26 15	25 30	24 45	24 0	23 15	45
36	27 52	27 8	26 24	25 40	24 56	24 12	23 28	22 44	44
57	27 14	26 31	25 48	25 5	24 22	23 39	22 56	22 13	43
18	26 36	25 54	25 12	24 30	23 48	23 6	22 24	21 42	42
39	25 58	25 17	24 36	23 55	23 14	22 33	21 52	21 11	41
0	25 20	24 40	24 0	23 20	22 40	22 0	21 20	20 40	40
21	24 42	24 3	23 24	22 45	22 6	21 27	20 48	20 9	39
	24 4	23 26	22 48	22 10	21 32	20 54	20 16	19 38	38
		22 49	22 12	21 35	20 58	20 21	19 44	19 7	37
12			21 36	21 0	20 24	19 48	19 12	18 36	36
4	23			20 25	19 50	19 15	18 40	18 5	35
26	8 49	24			19 16	18 42	18 8	17 34	34
48	9 12	9 36	25			18 9	17 36	17 3	33
10	9 35	10 0	10 25	26			17 4	16 32	32
32	9 58	10 24	10 50	11 16	27			16 1	31
54	10 21	10 48	11 15	11 42	12 9	28			

B

Triang. forma A B C

C

UNIV. OF MICH.

GEOMETRIÆ ELEMENTA.

TAB. I. Geom. *Definitiones quædam, earumque Corollaria; Postulata, Axiomata.*

§.1 GEOMETRIA est Scientia *Quanti quoad Dimensionem.*

2 *Dimensiones* sunt tres. 1. in longum. 2. in longum & latum simul. 3. in longum & latum & profundum simul. Hinc Geometria dividi solet in *Euthymetriam*, *Planimetriam*, *Stereometriam.*

3 *Punctum* est initium, vel quasi signum magnitudinis, dimensionis nullius.

4 Si Punctum A concipias moveri versus B, suique vestigia semper relinquere, describet motu suo longitudinem AB, omnis latitudinis expertem (§. 3.), sive, describet magnitudinem unius duntaxat dimensionis, quæ ideo Algebraice exprimitur per unicam literam, *a, b, x &c.* diciturque LINEA. *F. 1.*

5 Si concipias totam lineam AB, motu rectissimo, & quoad omnes suas partes uniformi, moveri per lineam AC, suique vestigia semper relinquere, describet motu suo magnitudinem ACBD (sive brevius AD) longam simul & latam, quæ ideo Algebraice exprimitur per duas literas, *ab*, *xx* &c., cum reipsa sit Multiplicatio, seu una quantitas, una linea in alteram ducta; dicturque PLANUM, vel SUPERFICIES.

6 Si concipias totum hoc Planum AD itidem motu undique rectissimo moveri deorsum per lineam CE, & ubique Planorum vestigia post se relinquere, producet motu suo magnitudinem AF longam simul, latam & profundam, quæ ideo Algebraice exprimitur per tres literas, *abd*, *aaa*, *&c.*, utpote Planum iterum in Lineam ductum; diciturque SOLIDUM, sive CORPUS.

7 *Coroll.* 1. Æquales Lineæ per æqualia intervalla & eadem directione motæ gignunt æqualia Plana; æqualia plana vero per æqualia intervalla & eadem directione mota, æqualia corpora gignunt.

8 *Coroll.* 2. Si Punctum A versus B moveatur via brevissima, nec dextrorsum, nec sinistrorsum declinando, describet *Lineam Rectam*; si alia quacunque via moveatur, describet *Lineam Curvam*. aut Compositam ACB, quæ Curva aut Composita AC + CB utique major erit, quam AB? *F. 2.*

9 *Coroll.* 3. Linea aliam lineam tangens, vel secans, eam tangit, vel secat punctualiter (§. 3, 4).

10 *Lineam rectam ducimus ope* Regulæ, *lignea potius, quam metallica. Bona est Regula, si idem ipsius latus, juxta quod ducta est linea, eidem linea ex adversa etiam parte applicatum congruat. penna optima chalybea, vel corvina; atramentum vero Sinense* (Tusch.)

11 Si linea recta uno sui puncto C fixa in gyrum circumagatur, donec in seipsam redeat, describet motu suo Planum rotundum, sive *Circulum*; extremo vero sui puncto B circuli *Peripheriam*, seu *Circumferentiam*, a cujus singulis punctis necessario æqualiter distabit *Centrum* C. *F. 3.*

12 *Coroll.* 1. Hinc æquales sunt omnes lineæ rectæ AC, CB, CD, a Peripheria ad Centrum C ductæ; quæ *Radii*, vel a *Diametro* AE, *Semidiametri* dicuntur.

13 *Coroll.* 2. Æquales sunt circuli, qui habent æquales radios, vel diametros.

14 *Coroll.* 3. Duo circuli se secantes, aut interius tangentes non possunt habere idem centrum (§. 11).

15 *Coroll.* 4. Diameter est maxima inter lineas intra circulum ductas; semper enim erit BC + CA > AB (§.8); & hinc DE, FG eo minores erunt, quo a centro C remotiores; æqualiter vero a centro distantes æquales. *F. 4.*

16 *Coroll.* 5. Linearum a puncto L extra circulum assumpto in cavam circuli peripheriam ductarum, maxima est LO, quæ per centrum C transit; reliquæ eo minores, quo magis a centro recedunt. Et a contrario extra circulum minima est LS, quæ producta per centrum transit. Utrumque patebit, si ex puncto L tanquam centro, radio LS arcus SN, & radio LO arcus OP ducatur.

17 *Hypothesis.* Peripheriam omnem cujuscunque circuli sive magni, sive parvi, Geometræ dividunt in 360 partes æquales, seu *Gradus.* Unde *Semiperipheria* habet 180; quarta pars Peripheriæ, seu *Quadrans* 90 *gradus. Gradus* habet 60 *Minuta prima*; Minutum primum 60 *secunda* &c. (§. 11. Ar.)

18 *Coroll.* Numerus itaque graduum in omnibus Circulis, Semicirculis, Quadrantibus &c. æqualis est, totque graduum est arcus *ab*: quot AB; licet arcus AB gradus majores sint, quam arcus *ab*. *F. 3.*

19 *Angulus* est duarum linearum in uno puncto concurrentium alterius ad alterum inclinatio. Unde lineæ AC & BC angulum comprehendentes, sive longiores sint, sive breviores, non mutant angulum. Lineæ hæ dicuntur *latera* vel *crura*; punctum vero concursus C dicitur *vertex*. Angulus vel unica litera C, vel tribus (sed anguli litera in medio enuntiata) ACB designatur.

20 *Anguli mensura* est Peripheriæ, ex anguli vertice C tanquam centro, ductæ, arcus AB vel *ab*, id est, tot graduum est angulus ACB, vel *aCb*, quot graduum est arcus metiens AB vel *ab*.

21 *Coroll.* Hinc anguli, quos idem graduum numerus metitur, æquales sunt, seu arcus metiens sit parvi, seu magni circuli arcus.

F. 5. 22 *Angulus rectus* est ACD vel BCD, cum linea DC (quæ inde *Perpendicularis* vel *Normalis* dicitur) lineæ alteri AB insistens, nec versus A, nec versus B inclinatur. Unde mensura anguli Recti ACD est arcus AD, sive Quadrans peripheriæ, adeoque 90 *gradus* (§. 17.); quia peripheria ADBG a duabus Diametris AB & DE, in C ad angulum rectum se intersecantibus, necessario dividitur in 4 partes æquales.

23 *Angulus Obtusus* ACF est major Recto. *Acutus* vero DCF minor Recto; Et obtusus & acutus angulus dicitur *Obliquus*.

24 *Coroll.* 1. Semiperipheria mensurat 2; tota peripheria 4 Rectos: Rectique omnes inter se æquales sunt.

25 *Coroll.* 2. Et hinc anguli, quos duæ vel plures lineæ DC, CF eidem puncto C, rectæ AB insistentes efficiunt, anguli inquam ACD, DCF, FCB omnes simul sumpti æquantur 2 Rectis; anguli vero omnes circa idem lineæ AB punctum C quaquaversum positi, æquantur 4 Rectis. Nam illos dimidia, hos tota peripheria mensurat.

F. 6. 26 *Coroll.* 3. Anguli Verticales *n* & *o* item *e* & *e* æquales sunt. Nam *e* cum *n* facit 2 rectos; & idem *e* cum *o* etiam facit 2 rectos; ergo $n = o$ (§. 114. *Ar.*) Idem est de $e = o$.

27 *Coroll.* 4. Si notus est angulus *e*, innotescit etiam *o* angulus *deinceps*, seu contiguus; est enim illius Complementum ad duos rectos, adeoque $o = 180 - e$. Atque hinc si duo anguli *deinceps* æquales sunt, erunt ii Recti.

28 *Parallelæ* sunt lineæ AB & CD, quæ in infinitum productæ æqualiter semper a se distant: seu perpendicula EF & GH æqualia intercipiunt.

29 *Coroll.* Licet jam inde inferre Parallelarum proprietates, & quidem I. *Angulus externus O est æqualis interno S ad eandem partem.* Nam si *o* esset major, quam *s*, linea *oB* necessario inclinaretur versus lineam *sD* (§. 19.). adeoque lineæ AB & CD productæ concurrerent, nec manerent parallelæ. Idem est de $e = r$. II. *Anguli alterni n & s æquales sunt.* Nam $s = o$, per nunc dicta; sed $o = n$ (§. 26.), ergo $s = n$ (§. 7. *Ar.*) Idem est de $r = e$. III. *Duo interni oppositi s + e æquantur 2 rectis.* Nam $o + e = 2$ rectis (§. 25.), sed $o = s$; ergo etiam $s + e = 2$ rectis seu 180 *gr.* Idem est de $r + n$. Atque hinc e converso patebit, si quæ harum proprietatum adsit, lineas fore Parallelas.

F. 7. 30 *PROBLEMA I. Lineam, angulum, vel Arcum dividere in duas vel plures partes æquales, numeri paris.*

I. Resolutio. Fit id per meras bisectiones. Colloca unum pedem circini in A, altero circa medium C duc arcum parvum *d*: tum uno circini pede in B fixo duc arcum *e*, idque tamdiu continua diducendo, aut contrahendo circinum, donec ducti ex A & B arcus se in medio C, lineæ AB exacte intersecent. Eodem modo procedes AC & CB iterum bisecturus; collocato nempe circino A & C duc arcus *r*, *r* &c. &c. Erunt enim AC & CB radii ejusdem circuli, adeoque æquales (§. 12).

F. 8. *II.* Circini uno pede in A & subinde in B collocato, apertura quacunque, attamen dimidia linea AB manifeste majore, duc arcus in C & D se intersecantes. Ducta per has intersectiones linea CD bisecabit lineam AB, eritque simul ad eam *Perpendicularis*. Idem est de bisectione arcus AFB, & anguli ACB. Infertur pariter ex §. 12. Item infra §. 63.

Scholion. *Trisectionem Geometricam anguli obliqui vel arcus illi respondentis, ope solius Regulæ & circini, nemo hactenus dedit: Mechanica fit tentando, ut Res. I.*

F. 9. 31 *PROBLEMA II. Angulum alteri æqualem describere, ex. gr. super linea* ab *angulum* a = *dato A.*

I. Resolutio. Circini uno pede in A posito duc arcum CD apertura quacunque. Eadem apertura ex puncto *a* datæ lineæ duc arcum *cd*. Transfer in hunc arcum *cd*, arcum ED ope circini ex *d* in *e*; & ex *a* per *e* duc lineam *af*. Erit angulus $a = A$ dato (§. 12, 19).

F. 10. 32 *II.* Ope *Transportatorii*, quod nihil aliud est, quam Semicirculus in 180 gradus divisus; quæ divisio fit juxta decantatum illum versum: *in tres* (partes), *in binas, in tres, in quinque seccato*. Paratur autem ex metallo, vel cornu pellucido. *Usus.* Dati anguli vertex A Transportatorii centro C; crus vero unum AD, Transportatorii Semidiametro AE adjaceat: alterum anguli dati crus AB (si opus fuerit, prolongatum) ostendet in Transportatorii peripheria numerum graduum *ex. gr.* 50, quos angulus A comprehendit. Applica jam Transportatorium eodem modo extimo puncto *a* lineæ datæ *ab*, & peripheriæ illius gradum 50 puncto in subjecta charta signa; linea enim ex vertice *a* ad hoc punctum *e* ducta dabit angulum $a = A$.

33 Scholion. *ex quo patet hoc instrumentum proprium esse explorando numero graduum anguli.*

34 *PROBLEMA III. Ducere perpendicularem* 1. *ex puncto C extra lineam dato.* 2. *ex puncto D dato in linea AB.* 3. *in extremitate B linea AB.*

Reso-

Reſ. Caſ. 1. Ex dato puncto C duc arcum AEF; tum ex A & F ſub radio minore AG fac interſectionem G; erit CD perpendicularis (§. 12, 22.) *Vide* §. 30. *Reſ. II.* F. 11.

Caſ. 2. Cape circino in linea AB puncta E & F utrinque a D æquidiſtantia. Ex E & F fac interſectionem C; erit CD perpendicularis petita *(ib.)* F. 12.

Caſ. 3. Ex puncto dato B fac interſectionem in E & C, apertura arbitraria circini: ex E eadem apertura interſeca arcum nunc in C factum; tum ex C fac ejusdem radii arcum in D, ad quem ex E per C duces lineam ECD; & inde DB erit perpendicularis quæſita. F. 13.

Vel: Aſſumpto extra lineam AB puncto C, per punctum datum B duc arcum ſemicirculo majorem DBE ex E per centrum C duc lineam E C D cœcam; & ex puncto D, in quo ſecatur peripheria, duc lineam DB, perpendicularem. *Reſolutiones Caſus 3, demonſtrabuntur infra* (§. 69, 90). F. 14.

35 Scholion. *Idem exequi licet ope Transportatorii (præcipue ſi id Regula circa ſuum centrum mobili inſtructum ſit) itemque* Normæ (Winkel-Hacken). Examen *Normæ fit, ſi in quavis recta DC uno Normæ latere parti BC applicato, juxta alterum ducas lineam AB; tum Norma extremo C, verſus D inverſo, Norma bona erit, ſi utroque ſuo latere lineis DB & AB congruat* (§. 22.) F. 15.

36 *PROBLEMA IV. Linea data AB parallelam CD ducere.*

I. Reſolutio. Fac angulos alternos *n* & *o* æquales (per §. 31, 32), habebis, quod petitur (§. 29.) F. 16.

II. Ducto, qui ſit ſemicirculo major, ſuper linea AB arcu EFHG, accipe arcus EF, & GH æquales. F. 17.

Scholion. *In hunc finem inventum eſt inſtrumentum, quod* Parallelogrammum *dicitur.* F. 18.

37 Figura eſt contiquum Perimetro terminatum; quam *Perimetrum* in Superficiebus efficiunt lineæ; in Coſporibus ſuperficies. Spatium perimetro clauſum dicitur *Area* figuræ.

38 *TRILATERÆ* Figuræ. *Triang. Æquilaterum*, ſeu 3 æqualium laterum (A)

39 *Iſoſcele*, ſive *Æquicrurum*, quod duo tantum latera habet æqualia (B).

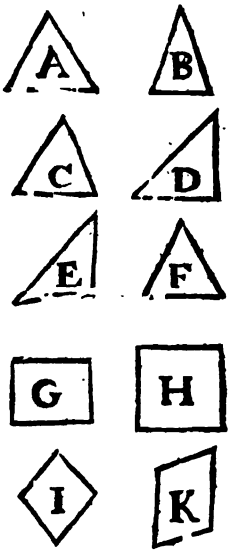
40 *Scalenum*, quod omnia latera habet inæqualia (C).

41 *Triang. Rectangulum*, cujus unus angulus (D) eſt rectus.

42 *Obtuſangulum*, vel *Amblygonium*, cujus unus angulus (E) eſt obtuſus.

43 *Acutangulum*, vel *Oxygonium*, cujus omnes tres anguli ſunt acuti (F).

34 *QUADRILATERÆ. Parallelogramma*, quorum oppoſita latera æqualia & parallela ſunt; itemque anguli oppoſiti æquales (§. 29.)



45 *Rectangulum Parallelogrammum* eſt, quod habet 4 angulos rectos (G).

46 *Rectangulum Æquilaterum* eſt *Quadratum* (H), ang. & lat. æqualium.

47 *Rhombus* habet omnia latera æqualia cum æqualibus angulis oppoſitis (I)

48 *Rhomboides* habet tantum oppoſitos angulos & oppoſ. latera æqualia (K)

49 *Trapezium* dicitur quævis figura Quadrilatera, quæ ex prædictis non eſt.

50 *POLYGONÆ*, ſeu *Multilatera* Figuræ ſunt, quæ habent plura, quam 4 latera. *Regulare* Polygonum dicitur, quod habet omnes angulos & latera æqualia. Polygonum aliud eſt *Inſcriptum*, aliud *Circumſcriptum* circulo.

51 POSTULATA. Circulum, arcum, lineam rectam ducere, augere, minuere, dividere &c.

52 AXIOMATA. I. Quæ ſibi mutuo congruunt, æqualia & ſimilia ſunt.

53 II. Perpendicula EF & GH ex Parallelis AB & CD intercipiunt partes æquales EG & FH *Fig. 6.*

54 III. Linea Perpendicularis eſt menſura altitudinis & latitudinis.

55 IV. Ad eadem duo puncta unica linea recta. adeoque etiam ad idem punctum unica perpendicularis duci poteſt.

56 Scholion. *Hinc mons non plures homines, vites &c. capit, quam planum; licet ibi facilius ſe explicent.*

F. 19. 57 THEOREMA I. *Duo Triangula sunt æqualia, si in iis æqualia sint hæc:*
Vel 1. *Latus unum & anguli adjacentes.* AB = ab, A = a, B = b.
2. *Duo latera & angulus ab iis comprehensus.* AB = ab, AC = ac, A = a.
3. *Omnia tria latera.* AB = ab, AC = ac, BC = bc.

58 *Demonstratur* a congruentia, si fingatur unum △ supra alterum poni (§. 25.)

59 *Coroll.* 1. Datis itaque uno latere & duobus angulis adjacentibus, vel &c. totum triangulum determinatur.

60 *Coroll.* 2. In eodem vel æqualibus △, latera æqualibus angulis opposita, sunt æqualia; majori vero angulo majus, minori minus latus opponitur: & viciſſim anguli æqualibus lateribus oppoſiti, ſunt æquales; majori vero lateri major &c.

61 *Coroll.* 3. Datis, vel aſſumptis tribus lineis *ab, ac, bc*, quæ ſint æquales tribus *AB, AC, BC*, conſtrui poteſt △ *abc* = △ *ABC*, ſi aſſumpta *ab* pro baſi, cum reliquis duobus lateribus, ceu radiis *ac* & *bc* interſectionem facias in *c*. Eodem modo conſtrues △ æquilaterum, iſoſcele, & in genere quodvis, modo detur, vel 1. latus unum & anguli adjacentes; vel 2. Duo latera &c. (§. 57.) In △ Rectang. erigenda eſt Perpendicularis.

62 *Coroll.* 4. Ex hoc Theoremate demonſtrantur quoque Problemata §. 30 & 34.

F. 20. 63 THEOREMA II. *In* △ *Iſoſceli* 1. *linea* AB *biſecans angulum* A, △ oAn, *conſequenter etiam baſim* on *biſecat.* 2. *Anguli ad baſim* o & n *ſunt æquales.* 3. AB *eſt ad baſim perpendicularis.*

Dem. i = *c* (per hypoth.), Ao = An (§. 39), AB vero eſt latus utrique △ *o*AB & *n*AB commune; ergo 1. △ *o*AB = △ *n*AB (§. 57.), conſequenter *o*B = B*n* (§. 60.). 2. *o* = *n*. 3. quia ob hæc duo △△ totaliter æqualia etiam anguli ad B æquales, adeoque Recti ſunt (§. 24.), erit AB ad *on* perpendicularis. *Q. E. D.* Et viciſſim.

64 *Coroll.* Cum æquilaterum non tantum duo (ut Iſoſcele) ſed omnia tria latera habeat æqualia, de eo tum nunc dicta tum illud etiam verum erit, quod omne æquilaterum ſit æquiangulum. (§. 60.)

F. 21. 65 THEOREMA III. *Si trianguli cujuscunque latus unum prolongetur, erit angulus externus ABD æqualis duobus internis oppoſitis* m + o.

Dem. Ducatur EB ad AC parallela. Erit angulus *n* = *m* alterno, item *u* = *o* interno ad eandem partem (§. 29.); ergo *n* + *u* = *m* + *o*: ſed *u* + *n* ABD; ergo ABD = *m* + *o*. *Q. E. D.*

F. 22. 66 THEOREMA IV. *In quovis Triangulo omnes tres anguli ſimul ſumpti æquantur 2 Rectis.*

Dem. r + *u* = 2 Rectis (§. 25), ſed *u* = *m* + *o* (§. 65); ergo *r* + *m* + *o* = 2 Rectis. ſeu 180 *gr.*

67 *Coroll.* 1. Si in uno △ duo anguli ſint æquales duobus angulis alterius △, etiam tertius eſt æqualis tertio: Et ſi in △ unus angulus eſt Rectus vel obtuſus, reliqui duo ſunt acuti.

68 *Coroll.* 2. Cognitis ſemel duobus angulis alicujus △ invenitur tertius, ſi duo noti ſubtrahantur a 2 Rectis, ſeu 180; Reſiduum erit numerus graduum anguli tertii. Imo in △ Iſoſceli cognito uno angulo ſciuntur duo reliqui (§. 63.) in æquilatero vero quivis angulus eſt 60 ſeu 180: 3 (§. 64.), hoc eſt, duæ tertiæ unius Recti.

F. 13. 69 *Coroll.* 3. Hinc ſequitur modus (§. 34.) erigendi Perpendicularem in quocunque, etiam extremo lineæ puncto. Eſt enim *BCD* △ iſoſcele; in quo angulus *n* = 60 + 60, internis oppoſitis (§. 65.) = 120; adeoque *o* = 30, itemque *c* = 30 (§. 66 & 63.); ergo totus *DBE* = 30 + 60 = 90; conſequenter *DB* perpendicularis (§. 22.)

70 *Coroll.* 4. Hinc etiam patet Triſectio anguli Recti *B*, ſi ſuper *AB* fiat △ æquilaterum. Cum enim *ABC* ſint duæ tertiæ Recti *P* (§. 68), erit *e* una tertia ejusdem.

F. 23. 71 THEOREMA V. *Parallelogrammum ABCD per diagonalem* AD *dividitur in duo* △△ *æqualia.*

Dem. o = *a*, & *n* = *m* (§. 29.); latus AD vero eſt commune; ergo △ ABD = △ ACD. (§. 57).

72 *Corollarium.* Triangulum eſt Parallelogrammi ſui dimidium.

73 *Definitio.* Si per punctum quodvis *o* Diagonalis AD ducatur EF parallela ad BD, & altera GH parallela ad CD, exiſtent duo Parallelogramma C*o* & *o*B, quæ dicuntur *Complementa* Parallgr. CB.

F. 24. 74 THEOREMA VI. *Complementa Parallelogrammorum ſunt æqualia.*

Dem. △ ABD = △ ACD, item △ I = △ K, & △ L = △ M (§. 71.) Si itaque a △△ æqualibus ABD & ACD auferantur △△ æqualia I & K, itemque L & M, remanebit Parallgr. C*o* = *o*B.

75 THEOREMA VII. *Parallelogramma ejusdem baſis & altitudinis (vel ſuper æquali baſi & inter easdem parallelas poſita) ſunt æqualia.* Sint Parallelogramma ACDB & AEFB.

F. 25. *Dem.* Per §. 57. △△ ACE & BDF ſunt æqualia (Nam latus AE = BF, AC = BD, & ob CD = AB = EF, etiam CE = DF). Si jam a quovis horum △△ æqualium auferatur △ D*o*E, remanebit *o*ACD = *o*EFB. Addatur utrique △ A*o*B erit ACDB = AEFB. *Q. E. D.*

76 *Coroll.* Cum △△ *ADB* & *AFB* ſint Parallelogrammorum dimidia (§. 72.), ſequitur etiam Triangula ſuper eadem vel æquali baſi, & ejusdem altitudinis, ſeu inter easdem parallelas conſtituta, eſſe æqualia.

77 Scholion. *Parallelogrammum deſcribitur, ſi ſub dato angulo, oppoſita latera æqualia & parallela facias* (§. 31, 36.)

78 CIRCULUS eſt Polygonum infinitorum laterum, ſive, cujus latus eſt infinite parvum.

79 *Definitio.* Linea AB eſt *Tangens*, circulum nuſpiam ſecans; e contra DC eſt *Secans* (§. 9.) F. 26.
Scholion. *Angulus, quem facit Tangens cum Peripheria*, angulus contactus *dicitur*, *ingeniosarum olim tricarum cauſa.*

80 THEOREMA I. *Radius* (BC) *ductus ad punctum contactûs, eſt ad Tang.* (AB) *perpendicularis.*
Dem. ab abſurdo. Si neges; ſit ergo alia v. g. CD, perpendicularis ad Tangentem; erit tum D angulus rectus (§. 22.) adeoque B acutus (§. 67.); ergo CD < BC (§. 60.) hoc eſt CD < Ce, quod eſt abſurdum (§. 4. Ar.). Ergo. *Q. E. D.*

81 *Coroll.* Tangentem itaque duces, ſi ad radium erigas Perpendicularem (§. 34, 35). Quodſi detur punctum F. 14. a
quodvis T extra circulum, junge TC & biſeca in B. Ex B duc circulum TAC. Ducta TA erit ad radium AC perpendicularis (§. 34), adeoque Tangens (§. 80).

82 *Definitio.* FG dicitur *Chorda*, vel *Subtenſa* ad extrema arcus cujusdam puncta F & G, ducta.

83 *Coroll.* Hinc in eodem vel æqualibus circulis æqualium arcuum Chordæ æquales ſunt; majoris vero arcus Chorda major, minoris minor, & e converſo.

84 *Definitio. Segmentum* eſt pars circuli intra arcum & chordam comprehenſa; & quidem FIBGF F. 26.
eſt Segmentum *majus*; FHGF *minus*: FCI vero, ſpatium intra arcum & duos radios comprehenſum, dicitur *Sector.*

85 THEOREMA II. *Si recta* CD *ex centro ducta, eſt ad chordam* AB *perpendicularis, chordam & arcum ſubtenſum biſecat; & e converſo.*
Dem. Duc AC & CB. Erit ACB △ Iſoſcele (§. 12); Ergo Ao = oB (§. 63), & ob i = n
(ib.) etiam arcus AD = DB (§. 21). *Q. E. D.* F. 27.

86 *Coroll.* Hinc invenies centrum circuli vel arcus dati, ſi ad ductas duas chordas quaſcunque *EA* & *AB*, antea biſectas (§. 30.) erigas perpendiculares *FC* & *CD*; ubi enim hæ ſe ſecuerint, ut in C, erit centrum circuli, vel arcus dati. Eodem modo per tria quævis data puncta *E*, *A*, *B*, non in directum jacentia, ducere poteris circulum reperto, ut dictum, centro; datumve arcum perficere.

87 THEOREMA III. *Angulus* C *ad centrum eſt duplus anguli* D *ad peripheriam, eidem arcui inſiſtentis.* F. 28.
Dem. Caſ. 1. Angulus C = D + o (§. 65.) Sed o = D (§. 63, 12.) Ergo C = D + D = 2D.
2. Ducatur Diameter DE. Erit *n* = 2*s*, & *x* = 2*n* (per Caſ. 1.) Sed *n* + *x* = C,
& *s* + *n* = D; ergo C = 2D.
3. Ducatur rurſum DE. Erit *n* + *x* = 2*s* + 2*n* (per Caſ. 1.) Sed *n* = 2*s*; ergo *x*
(= ACB) = 2*n* = 2 ADB. *Q. E. D.*

88 *Coroll.* 1. Hinc menſura anguli (*D*) ad peripheriam eſt dimidius arcus (*AB*), cui inſiſtit.

89 *Coroll.* 2. Anguli ad peripheriam *C*, *D*, *E*, eidem arcui *AB* inſiſtentes, ſeu anguli in eodem Segmento *ADBA* poſiti omnes æquales ſunt, quia cujuſvis menſura eſt dimidius arcus *AHKGB.* F. 29.

90 *Coroll.* 3. Cum anguli *FKG*, diametro *FG* inſiſtentis menſura ſit dimidium Semiperipheriæ, id eſt Quadrans; angulus in Semicirculo eſt Rectus (§. 22,); angulus vero *HKI* in Segmento minore *HKIH*, major Recto; e contra angulus *AKB* in Segmento majore *AHKBA* Recto minor. (*Examen Normæ & Demonſtratio Reſ* 3. §. 34).

91 THEOREMA IV. *Si recta* AB *tangat circulum, & alia* CD *ex contactus puncto* C *ducta circulum ſecet, menſura anguli* ACD *erit dimidius arcus* CED; *anguli vero* BCD, *dimidius arcus* DFGC. F. 30.

Dem. Ducatur ex C Diameter CF. Erit angulus ACF Rectus (§. 80.); ergo illius menſura eſt Quadrans (§. 22.) id eſt, dimidius arcus CEDF. Eſt vero anguli FCD (qui una cum ACD conſtituit angulum Rectum ACF) menſura dimidius arcus DF; ergo reſidui anguli ACD menſura eſt dimidius arcus CED. *Q. E. D.* Eodem modo demonſtratur, anguli BCD menſuram eſſe dimidium arcum DFGC.

92 *Coroll.* 1. *ACD* eſt æqualis angulo *CGD* in Segmento alterno, cum etiam hujus menſura, ſit dimidius arcus *CED.* Item angulus *BCD* = *CED*, cum utriuſque menſura ſit dimidius arcus *DFGC* (§. 88, 89.)

93 *Coroll.* 2. Anguli in eodem Segmento exiſtentes duo ſimul, nempe *BCD* + *CGD*, vel *CED* + *ACD*; item anguli, duo ſimul in Segmentis alteruis, nempe *CED* + *CGD*, vel *BCD* + *ACD* æquantur duobus Rectis; quia inſiſtunt toti peripheriæ, adeoque menſurantur a Semiperipheria, ſive a duobus Rectis.

94 *Coroll.* 3. Si ſint duæ Tangentes *AC* & *AD* ex eodem extra circulum puncto *A* ductæ, erit anguli *ACD* æque ac anguli *ADC* menſura dimidius arcus *CED* (§. 91.), proinde angulus *ACD* = *ADC* (§. 21.) conſequenter & Tangentes, AC, AD æquales ſunt (§. 60), neque adeo plures, quam duæ, ex eodem extra circulum dato puncto Tangentes duci poſſunt.

95 *Definitio* 1. *Angulus ad centrum* in Polygonis dicitur angulus (ACB), duobus cruribus (CA, CB) ex centro ad unum Figuræ latus ductis, comprehensus.

F. 31. 96 *Definitio* 2. *Angulus Figuræ*, vel *Angulus Polygoni* dicitur Angulus (ABD) duobus Figuræ, seu Polygoni ipsius lateribus (AB, BD) comprehensus.

97 *Definitio* 3. *Denominator Polygoni*, seu *Figuræ* dicitur numerus, qui exprimit, quot angulos vel latera habeat Figura. Sic Denominator Pentagoni est 5, quia Pentagonum habet 5 angulos, 5 latera.

98 THEOREMA *Polygonum quodvis Regulare in tot Triangula æquicrura & inter se æqualia solvi potest, quot habet latera; si ex ejus centro C ad singula illius latera* (AB, BD, DE &c.) *agantur rectæ* (CA, CB, CD &c.).

Dem. Circumscribatur Polygono circulus (§. 86). Primum quidem, quod △△ fiant totidem, quot sunt latera dati Polygoni, per se patet; patet item, △△ hæc fore Isoscelia, cum crura singula CA, CB &c. sint radii ejusdem circuli circumscripti (§. 12.): & quia præter duo crura in singulis △△ æqualia, etiam bases AB, BD &c. (utpote latera Figuræ Regularis) æquales sunt (§. 50), △△ hæc inter se omnimode æqualia erunt (§. 57.). *Q. E. D.*

99 *Coroll.* 1. *Angulus ad centrum* Polygoni habetur, si 360 *gr.* dividas per Denominatorem dati Polygoni. Cum enim *ex. gr.* in Hexagono, 6 anguli ad centrum, inter se æquales, mensurentur a 4 Rectis, seu 360 *gr.* (§. 24, 25.), stabit hæc proportio: $6 : 360 = 1 : x$, eritque $x = 360 : 6$, tanquam Denominatorem dati Hexagoni. Est adeo *ACB*, angulus ad centrum Hexagoni $= 60$ *gr.*

100 *Coroll.* 2. *Angulus Figuræ ABD* habetur, si angulus *C* ad centrum subtrahatur a 180 *gr.* Nam $n + m = 180 - C$ (§. 66, 68.); Sed $m = o$ (§. 98.); Ergo etiam $n + o = ABD = 180 - C$. Sic in Hexagono angulus $ABD = 180 - 60 = 120$. *gr.*

101 Schol. *Hinc pendet constructio Tabulæ, qua cujusvis Polygoni angulum ad centrum, & Figuram exhibet:*

Nomina Polygonorum.	Ang. Centr. ∪	Ang. Figuræ. ∪	Nomina Polygonorum.	Ang Centr. ∪	Ang. Figuræ. ∪
Trigonum, Triangulum æquil.	120	60	*Octogonum, Octangulum.*	45	135
Tetragonum, Quadratum.	90	90	*Enneagonum, Nonangulum.*	40	140
Pentagonum, Quinquangulum.	72	108	*Decagonum, Decangulum.*	36 /	144 /
Hexagonum, Sexangulum.	60 /	120 /	*Hendecagonum, Undecangulum.*	32. 43	147. 17
Heptagonum, Septangulum.	51. 26	128. 34	*Dodecagonum Dodecangulum.*	30	150

102 *PROBLEMA I. Super data recta* AB, *Polygonum quodvis describere*, ex. gr. *Pentagonum.*

F. 32. *I. Resolutio.* Ad A & B ope Transportatorii fac *dimidium angulum Figuræ*, hic 54 *gr.* Ex puncto C, ubi crura AC & BC se intersecabunt, duc cœcum circulum radio AC vel BC. Latus AB in peripheriam adhuc quater translatum dabit Pentagonum. Nam quia $m + n = 54 + 54 = 108$ *gr.*, erit angulus C, 72 graduum (§. 68.), consequenter angulus centralis Pentagoni, a latere sive chorda AB subtensus. Si igitur hoc latus in peripheriam toties quoties transferatur, semper subtendet arcum, seu angulum 72. *gr.* Ergo. *Q. E. D.* & *F.*

F. 33. *II. Res.* Ad A & B, ope Transportatorii fac totum angulum Figuræ DAB, in nostro casu, 108 graduum (§. 101. Fac AD = AB. Tum sub radiis AD & BD fac continuas intersectiones, ex A & D versus F; ex D & F versus E, & complebitur datum Pentagonum. Prodibunt enim mera △△ æqualia BAD, ADF, DFE &c.

F. 32. 103 *PROBLEMA II. Polygonum quodvis construere*, vel, *circulo inscribere.*

I. Res. Duc circulum, cujus radius vel datur, vel assumitur. Ad ejus centrum, ope Transportatorii, fac angulum centralem petiti *ex. gr.* Pentagoni, 72 graduum, quem proinde ducta chorda AB, & toties quoties in peripheriam translata, subtendet.

II. Res. Divide datum, vel assumptum circulum in tot partes æquales, quot sunt petiti Polygoni latera & divisionis puncta lineis connecte.

F. 34. 104 *III. Res. Hexagonum* inscribes circulo, radio AC sexies in peripheriam translato. Cum enim Hexagoni angulus centralis C sit 60 *gr.* (§. 99), anguli vero CBA & CAB ad basim æquales (§. 63.) adeoque quivis 60 *gr.* (§. 68.), sequitur △ACB esse æquilaterum (§. 60.), proinde latus Hexagoni AB = AC radio. *Trigonum* inscribes, si omissis intermediis D, F, B, Hexagoni puncta AE, EG, & GA jungas: *Dodecagonum*, si singulos Hexagoni arcus EF, FG &c. bisoces in H, I &c. *Quadratum* inscribes ope duarum Diametrorum EB & LI sibi perpendiculariter insistentium: *Octogonum* vero bisectis Quadrati arcubus BAL, LDE &c.

105 Schol. *Hæc III. Res. Geometrica est, præcedentes* §§. 102, 103, *solum Mechanica. Pentagoni descriptiones tradunt* Elem. Euclid. IV. 10 ad 15; *Figuras vero* 7, 9, 11 *&c. latarum describe juxta* §§. 102, 103.

F. 32. 106 *PROBLEMA III. Circumscribere Polygonum circulo.*

Res. Produc radios CA & CB. Duc Tangentem GH, lateri inscripto AB parallelam. Tum GH in ductum cœcum circulum HGI transfer.

TAB. V. Geom. *De Similitudine Figurarum, earumque in lineis Ratione.*

107 *Definitio.* *Similia* sunt, quorum partes eodem modo determinatæ sunt.

108 *Coroll.* Cum ergo Figuræ determinentur per angulos & latera, Figuræ similes erunt illæ, quæ habent angulos mutuo æquales & latera homologa proportionalia, seu in eadem mutuo Ratione.

109 THEOREMA I. △△ (ABC & abc) *sibi mutuo æquiangula habent proportionalia latera homologa, seu æqualibus angulis oppositæ; adeoque similia sunt.* F. 35.

Dem. Inscribatur △ utrumque circulo (§. 86); Radii vero tam DE, quam *de* concipiantur divisi in 10000000 partium. Jam quia angulus C = *c*, & A = *a* (*ex hypoth.*), arcus AB tot continebit gradus, quot arcus *ab*; & BC tot, quot *bc* (§. 18, 20, 21.), adeoque etiam chordæ cognomines pari gaudebunt numero partium sui radii, id est, ex 10000000 partium sui radii DE, tot habebit chorda AB, quot habet chorda *ab* ex 10000000 partium sui radii *de*. Idem est de BC & *bc*. Ergo AB : *ab* = BC : *bc*; item *ab* = AC : *ac* &c. *Q. E. D.*

110 *Coroll.* Hinc omnes Circuli, omnes Figuræ Regulares homogeneæ (ut Pentagona Pentagonis) & irregulares quæcunque, (modo mutuo æquiangulæ) similes sunt, habentque Diametros suas, Radios, Arcus homologos, Chordasque & Latera homologa. Altitudinum denique perpendicula tum inter se, tum Peripheriis, aut Perimetris suis proportionalia. Hæc omnia in △△ mutuo æquiangula resolvuntur. Sic (*Fig.* 3.) peripheria circuli majoris est ad peripheriam minoris ut *AE* ad *ae*, ut *AC* ad *ac*, ut *AB* ad *ab* &c. Si itaque vis perimetrum dati duplam, triplam &c. accipe radium vel latus duplum, triplum &c.

111 THEOREMA II. *Si in* △ (ABC) *ducatur* (DE) *alicui lateri* (AC) *Parallela, latera segmentis & segmenta mutuo sunt proportionalia.* F. 36.

Dem. In △△ ABC & DBE angulus D = A, & E = C §. 29.), angulus B communis; ergo hæc sunt △△ mutuo æquiangula; unde (§. 109.) AB : DB = BC : BE; proinde (§. 87. *C. Arith.*) AB — DB : DB = BC — BE : BE, hoc est AD : DB = EC . BE; & hinc AB : BC = AD : EC (§. 95. *Ar.*) &c. *juxta* §. 87. *Ar. Q. E. D.* Idem est de △△ AGB & DFB &c.

112 THEOREMA III. *Linea* (AB) *bisecans angulum* (A), *secat basim proportionaliter ad latera.* F. 37.

Dem. Fiat AC = AD, & ducatur CD; erit △ DAC Isoscele; hinc *n* = *o* (§. 63.), & *n* + *o* = *r* + *s* (§. 65.); sed *r* = *t* (*per hypoth.*); ergo *r* = *o* suo alterno; ergo AB est parallela ipsi CD (§. 29.); hinc (§. III.) CA, seu DA : AE = DB : BE.

113 *Coroll.* 1. Hinc ad datas duas lineas *AB* & *AD* invenies *tertiam proportionalem*, si facto angulo *A* arbitrario sub datis lineis, lineam *AB* produxeris versus *C*, donec fiat *AC* = *AD*. Duc *BD*, & huic parallelam *CE*, erit *AE* tertia proportionalis, nempe *AB* : *AD* = *AC*, seu *AD* : *AE*. Eodem modo ad datas tres *AB*, *AD* & *AC* invenies *quartam proportionalem AE*. F. 38.

114 *Coroll.* 2. Invenies ad datas duas lineas *AB* & *BC*, *mediam proportionalem*, si ambas datas in directum jungas, & ex compositæ hujus lineæ *AC* medio *D* describas semicirculum. Erecta ex connexionis puncto *B* perpendicularis erit media Proportionalis quæsita. Nam △ *AEC* est æquiangulum triangulis *F* & *G*, quia (§. 90.) rectus *AEC* = *r*; anguli vero *m* & *n* sunt tum minoribus duobus triangulis, tum maximo *AEC* communes; tertius autem quisque æqualis tertio; ergo hæc duo △△ sunt △ *AEC*, & sibi mutuo æquiangula: unde *AB* : *BE* : *BC*, seu latus *AB*, minimum in △ *F*, est ad latus suum mediocre *BE*; sicut latus minimum *BE* in △ *G* est ad suum latus mediocre *BC*. F. 39.

115 *Coroll.* 3. Et hinc *AE* erit media proportionalis inter *AB* & *AC*, si comparetur △ *AEC* cum △ *F*; si vero △ *AEC* comparetur cum △ *G*, erit *EC* media proportionalis inter *BC* & *AC*; seu erit *AB* : *AE* : *AC*; item *BC* : *EC* : *AC*.

116 *Coroll.* 4. Ex his planissima deducitur Demonstratio *Prop.* 47. *L.* 1. *Euclidis*, per omnem Mathesim utilissimæ, quæ sic habet: *In* △ *Rectangulo Quadratum hypothenusæ* (FH) *est æquale Quadratis catheterum* (FG & GH) *simul sumptis.* Sit enim FI = *a*; IH = *b*, erit FH = *a* + *b*; sit FG = *c*, GH = *d*. Ostenditur: quod quadratum de *a* + *b*, seu *aa* + 2*ab* + *bb* = *cc* + *dd*. Nam (§. 115.) *a* : *c* : *a* + *b*; item *b* : *d* : *a* + *b*. Unde (§. 80. *Ar.*) *aa* + *ab* = *cc*, & *ab* + *bb* = *dd*; *aa* + 2*ab* + *bb* = *cc* + *dd*. *Q. E. D.* Conf. §. 56. *Ar.* F. 40.

117 *Coroll.* 5. Datis in △ Rectglo 2 lateribus invenitur tertium. Sit tota hypothenusa *FH* = *e*, *FG* = *c*, *GH* = *d*. Quia *ee* = *cc* + *dd*, erit 1mo $\sqrt{ee} = \sqrt{(cc + dd)} = e$. 2do. $\sqrt{(ee - dd)} = \sqrt{cc} = c$. 3tio. $\sqrt{(ee - cc)} = d$.

118 *Coroll.* 6. Sit □ latus *LE* = *LB* = 1, erit Diagonalis *BE* = $\sqrt{(1+1)}$ æqualis $\sqrt{2}$ (§. 116.), adeoque erit *BE* : *LE* = $\sqrt{2}$: 1; Sed $\sqrt{2}$ est numerus irrationalis, adeoque unitati incommensurabilis (§. 53. *Ar.*); ergo Diagonalis est lateri □ incommensurabilis, & quæcunque hypothenusa catheto. F. 34.

119 THEOREMA IV. *Si ex puncto* (A) *extra circulum dato; ducatur Tangens* (AB), *& utcunque Secans* (AC); *erit Tangens* AB *media proportionalis inter totam Secantem* AC, *& ejus partem* AD *extra circulum.* F. 41.

Dem. Ducantur BC & BD. In △△ ABD & ABC angulus ABD = ACB (§. 91.); A est communis △ utrique; tertius vero æqualis tertio (§. 67.); ergo AD : AB : AC (§. 109). *Q. E. D.*

119 *a Coroll* Quia *AD* : *AB* = *AB* : *AC*, itemque *AE* : *AB* = *AB* : *AF*, erit etiam *AD* : *AE* = *AF* : *AC* (§. 94 *Ar.*)

119 *b* THEOR. V. *Duæ chordæ* (AB & CD) *in circulo se secantes, habent segmenta reciproce proportionalia.* F. 39. *a.*

Dem. o = *x* (§. 98.) *n* = *m* (§. 26.), *i* = *l* (§. 67); *ergo* △ AED ∽ △ BEC; unde AE : ED = EC : EB. *Q. E. D.*

F. 19. 57 THEOREMA I. *Duo Triangula ſunt æqualia, ſi in iis æqualia ſint hæc:*
Vel 1. *Latus unum & anguli adjacentes.* AB = ab, A = a, B = b.
2. *Duo latera & angulus ab iis comprehenſus.* AB = ab, AC = ac, A = a.
3. *Omnia tria latera.* AB = ab, AC = ac, BC = bc.

58 *Demonſtratur* a congruentia, ſi fingatur unum △ ſupra alterum poni (§. 25.)

59 *Coroll.* 1. Datis itaque uno latere & duobus angulis adjacentibus, vel &c. totum triangulum determinatur.

60 *Coroll.* 2. In eodem vel æqualibus △, latera æqualibus angulis oppoſita, ſunt æqualia; majori vero angulo majus, minori minus latus opponitur: & viciſſim anguli æqualibus lateribus oppoſiti, ſunt æquales; majori vero lateri major &c.

61 *Coroll.* 3. Datis, vel aſſumptis tribus lineis *ab, ac, bc*, quæ ſint æquales tribus *AB, AC, BC*, conſtrui poteſt △ *abc* = △ *ABC*, ſi aſſumpta *ab* pro baſi, cum reliquis duobus lateribus, ceu radiis *ac* & *bc* interſectionem facias in *c*. Eodem modo conſtrues △ æquilaterum, iſoſcele, & in genere quodvis, modo detur, vel 1. Latus unum & anguli adjacentes; vel 2. Duo latera &c. (§. 57.) In △ Rectang. erigenda eſt Perpendicularis.

62 *Coroll.* 4. Ex hoc Theoremate demonſtrantur quoque Problemata §. 30 & 34.

F. 20. 63 THEOREMA II. *In △ Iſoſceli* 1. *linea* AB *biſecans angulum* A, △ oAn, *conſequenter etiam baſim* on *biſecat.* 2. *Anguli ad baſim* o & n *ſunt æquales.* 3. AB *eſt ad baſim perpendicularis.*

Dem. i = *c* (per hypoth.), Ao = An (§. 39), AB vero eſt latus utrique △ oAB & nAB commune; ergo 1. △oAB = △nAB (§. 57.), conſequenter oB = Bn (§. 60.). 2. o = n. 3. quia ob hæc duo △△ totaliter æqualia etiam anguli ad B æquales, adeoque Recti ſunt (§. 24.), erit AB ad on perpendicularis. *Q. E. D.* Et viciſſim.

64 *Coroll.* Cum æquilaterum non tantum duo (ut Iſoſcele) ſed omnia tria latera habeat æqualia, de eo tum nunc dicta tum illud etiam verum erit, quod omne æquilaterum ſit æquiangulum. (§. 60.)

F. 21. 65 THEOREMA III. *Si trianguli cujuscunque latus unum prolongetur, erit angulus externus ABD æqualis duobus internis oppoſitis* in ✠ o.

Dem. Ducatur EB ad AC parallela. Erit angulus *n* = *m* alterno, item *u* = *o* interno ad eandem partem (§. 29.); ergo *n* ✠ *u* = *m* ✠ *o*: ſed *u* ✠ *u* ABD; ergo ABD = *m* ✠ *o*. *Q. E. D.*

F. 22. 66 THEOREMA IV. *In quovis Triangulo omnes tres anguli ſimul ſumpti æquantur 2 Rectis.*

Dem. r ✠ *u* = 2 Rectis (§. 25), ſed *u* = *m* ✠ *o* (§. 65); ergo *r* ✠ *m* ✠ *o* = 2 Rectis. ſeu 180 *gr.*

67 *Coroll.* 1. Si in uno △ duo anguli ſint æquales duobus angulis alterius △, etiam tertius eſt æqualis tertio: Et ſi in △ unus angulus eſt Rectus vel obtuſus, reliqui duo ſunt acuti.

68 *Coroll.* 2. Cognitis ſemel duobus angulis alicujus △ invenitur tertius, ſi duo noti ſubtrahantur a 2 Rectis, ſeu 180; Reſiduum erit numerus graduum anguli tertii. Imo in △ Iſoſceli cognito uno angulo ſciuntur duo reliqui (§. 63.) in æquilatero vero quivis angulus eſt 60 ſeu 180: 3 (§. 64.), hoc eſt, duæ tertiæ unius Recti.

F. 13. 69 *Coroll.* 3. Hinc ſequitur modus (§. 34.) erigendi Perpendicularem in quocunque, etiam extremo lineæ puncto. Eſt enim *BCD* △ iſoſcele; in quo angulus *n* = 60 ✠ 60, internis oppoſitis (§. 65.) = 120; adeoque *e* = 30, itemque *e* = 30 (§. 66 & 63.); ergo totus *DBE* = 30 ✠ 60 = 90; conſequenter *DB* perpendicularis (§. 22.)

70 *Coroll.* 4. Hinc etiam patet Triſectio anguli Recti *B*, ſi ſuper *AB* fiat △ æquilaterum. Cum enim *ABC* ſint duæ tertiæ Recti *P* (§. 68), erit *s* una tertia ejusdem.

F. 23. 71 THEOREMA V. *Parallelogrammum ABCD per diagonalem* AD *dividitur in duo* △△ *æqualia.*

Dem. o = *a*, & *n* = *m* (§. 29.); latus AD vero eſt commune; ergo △ABD = △ACD. (§. 57).

72 *Corollarium.* Triangulum eſt Parallelogrammi ſui dimidium.

73 *Definitio.* Si per punctum quodvis *o* Diagonalis AD ducatur EF parallela ad BD, & altera GH parallela ad CD, exiſtent duo Parallelogramma Co & oB, quæ dicuntur *Complementa* Parallgr. CB.

F. 24. 74 THEOREMA VI. *Complementa Parallelogrammorum ſunt æqualia.*

Dem. △ABD = △ACD, item △I = △K, & △L = △M (§. 71.) Si itaque a △△ æqualibus ABD & ACD auferantur △△ æqualia I & K, itemque L & M, remanebit Parallgr. Co = oB.

F. 25. 75 THEOREMA VII. *Parallelogramma ejusdem baſis & altitudinis (vel ſuper æquali baſi & inter easdem parallelas poſita) ſunt æqualia.* Sint Parallelogramma ACDB & AEFB.

Dem. Per §. 57. △△ ACE & BDF ſunt æqualia (Nam latus AE = BF, AC = BD, & ob CD = AB = EF, etiam CE = DF). Si jam a quovis horum △△ æqualium auferatur △ DoE, remanebit oACD = oEFB. Addatur utrique △ AoB erit ACDB = AEFB. *Q. E. D.*

76 *Coroll.* Cum △△ *ADB* & *AFB* ſint Parallelogrammorum dimidia (§. 72.), ſequitur etiam Triangula ſuper eadem vel æquali baſi, & ejusdem altitudinis, ſeu inter easdem parallelas conſtituta, eſſe æqualia.

77 Scholion. *Parallelogrammum deſcribitur, ſi ſub dato angulo, oppoſita latera æqualia & parallela facias* (§. 31, 36.)

78 CIRCULUS est Polygonum infinitorum laterum, sive, cujus latus est infinite parvum.

79 *Definitio.* Linea AB est *Tangens*, circulum nuspiam secans; e contra DC est *Secans* (§. 9.) F. 26.
Scholion. *Angulus, quem facit Tangens cum Peripheria,* angulus contactus *dicitur, ingeniosarum olim tricarum causa.*

80 THEOREMA I. *Radius* (BC) *ductus ad punctum contactûs, est ad Tang.* (AB) *perpendicularis.*
Dem. ab absurdo. Si neges; sit ergo alia v. g. CD, perpendicularis ad Tangentem; erit tum D angulus rectus (§. 22.) adeoque B acutus (§. 67.); ergo CD < BC (§. 60.) hoc est CD < Ce, quod est absurdum (§. 4. Ar.). Ergo. *Q. E. D.*

81 *Coroll.* Tangentem itaque duces, si ad radium erigas Perpendicularem (§. 34, 35). Quodsi detur punctum F. 14.a
quodvis T extra circulum, junge TC & biseca in B, Ex B duc circulum TAC. Ducta TA erit ad radium AC perpendicularis (§. 34), adeoque Tangens (§. 80).

82 *Definitio.* FG dicitur *Chorda*, vel *Subtensa* ad extrema arcus cujusdam puncta F & G, ducta.

83 *Coroll.* Hinc in eodem vel æqualibus circulis æqualium arcuum Chordæ æquales sunt; majoris vero arcus Chorda major, minoris minor, & e converso.

84 *Definitio. Segmentum* est pars circuli intra arcum & chordam comprehensa; & quidem FIBGF F. 26.
est Segmentum *majus;* FHGF *minus:* FCI vero, spatium intra arcum & duos radios comprehensum, dicitur *Sector.*

85 THEOREMA II. *Si recta* CD *ex centro ducta, est ad chordam* AB *perpendicularis, chordam & arcum subtensum bisecat; & e converso.*
Dem. Duc AC & CB. Erit ACB △ Isosceles (§. 12); Ergo Ao=oB (§. 63), & ob i=n
(ib.) etiam arcus AD = DB (§. 21). *Q. E. D.* F. 27.

86 *Coroll.* Hinc invenies centrum circuli vel arcus dati, si ad ductas duas chordas quascunque *EA* & *AB*, antea bisectas (§. 30.) erigas perpendiculares *FC* & *CD*; ubi enim hæ se secuerint, ut in *C*, erit centrum circuli, vel arcus dati. Eodem modo per tria quævis data puncta *E*, *A*, *B*, non in directum jacentia, ducere poteris circulum reperto, ut dictum, centro; datumve arcum perficere.

87 THEOREMA III. *Angulus* C *ad centrum est duplus anguli* D *ad peripheriam, eidem arcui insistentis.* F. 28.
Dem. Cas. 1. Angulus C = D + o (§. 65.) Sed o = D (§. 63, 12.) Ergo C = D + D = 2D.
2. Ducatur Diameter DE. Erit n = 2s, & x = 2n (per Cas. 1.) Sed n + x = C,
& s + n = D; ergo C = 2D.
3. Ducatur rursum DE. Erit n + x = 2s + 2n (per Cas. 1.) Sed n = 2s; ergo x
(= ACB) = 2n = 2 ADB. *Q. E. D.*

88 *Coroll.* 1. Hinc mensura anguli (D) ad peripheriam est dimidius arcus (*AB*), cui insistit.

89 *Coroll.* 2. Anguli ad peripheriam *C*, *D*, *E*, eidem arcui *AB* insistentes, seu anguli in eodem Segmento *ADBA*
positi omnes æquales sunt, quia cujusvis mensura est dimidius arcus *AHKGB.* F. 29.

90 *Coroll.* 3. Cum anguli *FKG*, diametro *FG* insistentis mensura sit dimidium Semiperipheriæ, id est Quadrans; angulus in Semicirculo est Rectus (§. 22.); angulus vero *HKI* in Segmento minore *HKIH*, major Recto; e contra angulus *AKB* in Segmento majore *AHKBA* Recto minor. (*Examen Normæ & Demonstratio Ref* 3. §. 34).

91 THEOREMA IV. *Si recta* AB *tangat circulum, & alia* CD *ex contactus puncto* C *ducta circulum secet, mensura anguli* ACD *erit dimidius arcus* CED; *anguli vero* BCD, *dimidius arcus* DFGC. F. 30.

Dem. Ducatur ex C Diameter CF. Erit angulus ACF Rectus (§. 80.); ergo illius mensura est Quadrans (§. 22.) id est, dimidius arcus CEDF. Est vero anguli FCD (qui una cum ACD constituit angulum Rectum ACF) mensura dimidius arcus DF; ergo residui anguli ACD mensura est dimidius arcus CED. *Q. E. D.* Eodem modo demonstratur, anguli BCD mensuram esse dimidium arcum DFGC.

92 *Coroll.* 1. *ACD* est æqualis angulo *CGD* in Segmento alterno, cum etiam hujus mensura, sit dimidius arcus *CED.*
Item anguli *BCD* = *CED*, cum utriusque mensura sit dimidius arcus *DFGC* (§. 88, 89.)

93 *Coroll.* 2. Anguli in eodem Segmento existentes duo simul, nempe *BCD* + *CGD*, vel *CED* + *ACD*; item anguli, duo simul in Segmentis alteruis, nempe *CED* + *CGD*, vel *BCD* + *ACD* æquantur duobus Rectis; quia insistunt toti peripheriæ, adeoque mensurantur a Semiperipheria, sive a duobus Rectis.

94 *Coroll.* 3. Si sint duæ Tangentes *AC* & *AD* ex eodem extra circulum puncto *A* ductæ, erit anguli *ACD* æque ac anguli *ADC* mensura dimidius arcus *CED* (§. 91.), proinde angulus *ACD* = *ADC* (§. 21.) consequenter & Tangentes, AC, AD æquales sunt (§. 60), neque adeo plures, quam duæ, ex eodem extra circulum dato puncto Tangentes duci possunt.

120 *Definitio* 1. TRIGONOMETRIA PLANA est pars Euthymetriæ, docens ex tribus Trianguli Rectilinei partibus datis invenire reliquas.

F. 42. 121 *Definitio* 2. Ducatur circulus AEBG, ejusque Diameter AB, & ad hanc perpendicularis radius EC. AD centrum fiat sub radiis CF & CB angulus acutus BCF. Linea TB, ad unum illius crus perpendicularis, dicitur *Tangens* anguli BCF, vel arcus BF; CT Tangenti occurrens, est *Secans*. Dimidia chorda FL, id est, linea FI ab extremitate unius cruris CF ad crus alterum CB perpendicularis, dicitur anguli BCF vel arcus BF *Sinus rectus*, vel *Sinus* simpliciter; IB vero *Sinus Versus*, vel *Sagitta*: uF ex eodem puncto F ad radium EC perpendicularis *Sinus Complementi* dicitur, quia angulus ECF est anguli BCF complementum ad unum rectum. Ob eandem rationem Et est *Tangens* & Ct *Secans Complementi*. Dicitur etiam: *Cosinus*, *Cotangens*, *Cosecans*. Denique radius BC vel EC est *Sinus Totus*, Tanquam sinus anguli recti.

122 *Coroll.* Igitur *Sinus anguli acuti* cadit intra duo cruta anguli. *Sinus anguli recti* coincidit cum alterutro crure *CB*, vel *CE*, quia ob *CB*, & *CE* mutuo normales, nullus alius Sinus, seu nulla alia perpendicularis ex puncto *C* ad lineam *CB* duci potest, nisi ipsum crus *EC*. Demum *Sinus DP anguli obtusi DCB*, necessario cadit in adversam Diametri partem *AC*, cum qua unum anguli obtusi latus *DC* facit angulum acutum *DCA*, qui est complementum anguli *DCB* ad duos rectos. Ex quo sequitur, eundem Sinum (*DP*), esse sinum anguli obtusi *DCB* & sui *Deinceps* seu anguli acuti *DCP*, tanquam complementi anguli obtusi ad duos Rectos. Idem intellige de Tangente *AQ* & Secante *CQ*.

123 Scholion. *Ob amplissimum Trigonometriæ in Matheſi usum conditæ sunt a* Regiomontano, Copernico, Pitisco, Clavio &c. Tabulæ Sinuum, Tangentium & Secantium (*quamquam Secantibus jam carere possimus*) *ab* 1 *ad* 90 *gradus*. *Assumitur in ordinariis Tabulis Sinus totus, sive Radius in* 10000000 *partium divisus, erutumque est ope calculi, quot tales Radii partes contineat quivis Sinus, cujuscunque gradus & minuti. Erui autem hoc potuit ex principiis Geometricis.* Ex. gr. *Constat ex* §. 104, *latus Hexagoni, seu chordam* 60 *graduum* FL, *æqualem esse Radio* CB *vel* EC. Si *itaque radii, seu sinus Totius* (10000000) *accipiatur pars dimidia* (10000000 : 2) *habebitur Sinus* IF, *arcus dimidii, seu sinus* 30 *graduum*. *Et quia* FI = uC, & uF = CI (121, 53.) *erit* $uF^q = CF^q - uC^q$; *proinde* $uF = \sqrt{(CF^q - uC^q)}$ (§. 117), *eritque Cosinus* 60 *graduum* uF = 8660254. *Habito Sinu* IF & *Cosinu* uF *sive* CI, *ob* △△ CIF & CBT *similia, erit* CI : IF = CB : BT (§. 111); *habebitur itaque Tangens* 30 *graduum* BT = 5773503. *Hac pro idea constructionis Tabularum Sinuum & Tangentium.*

Enimvero, cum Trigonometria per Regulam Trium omnia peragat, ut molesta multiplicationes & divisiones vitentur, Neperus, *ejusque ductu* Briggius *atque* Ulaccus *Logarithmos his Tabulis applicuerunt.*

124 *Definitio* 3. *Logarithmi* dicuntur numeri æquidifferentes, qui a *Zero* incipientes serie naturali progrediuntur, habentque respondentes sibi numeros proportione Geometrica *ab unitate* progredientes.

Logarithmi.	0,	1,	2,	3,	4,	5,	6,	&c.	*Vel:* 0,	1,	2,	3, 4, &c.
Progr. Geom.	1,	2,	4,	8,	16,	32,	64,	&c.		1,	10,	100, 1000, 10000, &c.
Item. *Log.*	0,	0000000,	1,	0000000,	2,	0000000,	3,	0000000,	4,	0000000,	&c.	
Geom.	1	,	10	,	100	,	1000	,	10000	,	&c.	

125 *Coroll. Characteristica* itaque Logarithmorum pro numeris ab 1 ad 10 est 0, pro numeris a 10 ad 100 est 1. &c.

126 THEOREMA I. *Logarithmi duorum Efficientium* (*Multiplicatoris & Multiplicandi*) *additi dant Logarithmum Facti.*

Dem. Cum cuivis numero Progressionis cujuscunque Geometricæ ab 1 incipientis respondeat suus Logarithmus, seu numerus Arithmetice proportionalis; sitque in omni Multiplicatione Unitas ad Multiplicatorem, sicut Multiplicandus ad Factum (§. 84. *Ar.*), Logarithmus Facti erit ad Logarithmos. *Unitatis, Multiplicatoris*, & *Multiplicandi* quartus terminus Arithmetice proportionalis, habebiturque, si a Summa Logarithmorum duorum mediorum subtrahatur primus, seu Logarithmus Unitatis (§. 80, 85. *Ar.*): Sed Logarithmus primi termini, sive 1, est 0, ergo Logarithmus Facti æquatur Summæ ex Logarithmis duorum Efficientium, cui in Tabulis a latere respondebit Factum. *Q. E. D. Vide I. inter Paradigm. Logarithm.*

127 *Coroll.* 1. Vicissim Logarithmus Divisoris subtractus a Logarithmo Dividendi dat Logarithmum Quoti. (*Vid. II.*)

128 *Coroll.* 2. Et quia Factores Quadrati sunt æquales (§. 52. *Ar.*), habebitur Logarithmus Quadrati, si Log. Radicis bis accipiatur, seu per 2 multiplicetur: & e converso Logarithmus Radicis habebitur, si Logarithmus Quadrati per 2 dividatur. (*Vid. III.*)

129 *Coroll.* 3. Ob eandem rationem Logarithmus Cubi invenitur, si Logarithmus Radicis multiplicetur per 3; & universim potentiæ cujuscunque, si Logarithmus Radicis datæ multiplicetur per Exponentem datæ Potentiæ. Dato vero Cubo, vel quavis Potentia reperietur Logarithmus Radicis, si Logarithmus Cubi dati per 3; aut alterius cujusvis Potentiæ per suum Exponentem dividatur.

Coroll.

130 *Coroll.* 4. Logarithmus *quarti termini proportionalis* habetur, si addantur Logarithmi duorum mediorum terminorum, & ab horum Summa subtrahatur Logarithmus termini primi. Idem facile applicabis proportioni Continuæ pro inveniendo tertio, vel etiam medio.

131 *Coroll.* 5. *Fractiones* puræ & solæ operationem raro ingrediuntur. In impropriis (§. 27. *Ar.*) vel mixtis (integro prius ad fractum reducto) subtrahatur Logarithmus Denominatoris a Log. Numeratoris, Decimales aliorum tractantur ut integri.

132 Schol. *Canon Logarithmicus alius est* Numerorum Naturalium; *alius* Sinuum, & Tangentium. *Datur etiam Canon Sinuum & Tangentium non Logarithmicus, in cujus proinde usu multiplicatio & divisio adhibenda est. Canonum singulorum usus oretenus explanabitur.*

ANALYSIS TRIANGULORUM.

133 THEOREMA I. *Tangens 45. graduum* (AR) *æquatur Radio, seu Sinui Toti* (AC). *F.42*

Dem. RAC est Rectus (§. 80.); ACR est 45. graduum (*ex hyp.*); ergo etiam ARC est 45 graduum (§. 66.); ergo AR = AC Radio (§. 60.) *Q. E. D.*

134 THEOREMA II. *In quovis* △ (ABC) *Latera sunt inter se, ut Sinus oppositorum angulorum.* *F.43*

Dem. Inscribatur △ circulo. Erit latus *ex. gr.* BC chorda; $\frac{1}{2}$ BC vero, seu Bo erit Sinus arcûs BC dimidii, seu BD, ac proinde etiam anguli oppositi A (§. 121, 88). Ob eandem rationem $\frac{1}{2}$ AB erit Sinus anguli oppositi C. Jam vero BC: $\frac{1}{2}$ BC = AB: $\frac{1}{2}$ AB (§. 8. *Ar.*) Ergo. *Q. E. D.*

135 *Coroll.* Hinc erûitur *Regula Sinuum*, seu *Oppositionis*, quæ in Triangulorum resolutione adhibetur, quando ex tribus terminis datis opponuntur duo inter se, & tertius quarto inveniendo. Est autem (*Fig.* 44) hæc: *ut Sinus anguli* (B) *est ad latus sibi oppositum* (AC); *ita Sinus anguli* (C) *est ad latus sibi oppositum*, (AB). Si pro quarto termino quæritur angulus, Proportio invertitur.

136 Schol. 1. *Si datorum angulorum unus est obtusus, pro ejusdem Sinu ex Tabulis accipitur Sinus anguli acuti illius, qui est dati obtusi complementum ad duos rectos* (§. 122). *Atque hinc etiam dum angulus, qui quæritur, est obtusus* (*quod constare debet*), *tunc loco anguli* (*qui Tabulari Sinui respondet*) *acuti sumi debet obtusus, qui est acuti illius complementum ad duos rectos.*

137 Schol. 2. *Ad* △ *rectilinei solutionem debent dari tria, nempe: vel duo anguli cum uno latere: vel duo latera cum uno angulo: vel omnia tria latera. Tres anguli dati soli nil determinant.*

138 Schol. 3. *Cum in* △ *notis duobus angulis sciatur tertius* (§. 68.), *dato* (*præter duo latera*) *etiam unico angulo reperies tertium, si prius per regulam Sinuum* (§. 135.) *quæsieris secundum: ut adeo casus Trigonometrici omnes per dictam regulam* (*licet quandoque bis adhibendam*) *solvi possint, exceptis duobus sequentium Problematum:*

139 *PROBLEMA I. Datis duobus lateribus* (AB, BC) *cum angulo intercepto* (B) *invenire reliqua.*

In △△ Rectang. *Fig.* 45.
- *Resol. I.* Inveniatur hypothenusa AC (§. 117.) tum dabitur Oppositio (§. 135.)
- *Resol. II.* Radio BC duc arcum BD; erit AB tangens anguli C. Jam dic: *CB est ad BA: sicut Radius* (*seu sinus totus*) *est ad tangentem anguli C*, qui adeo ex Canone constabit. Hæc dicitur *Regula Tangentium.*

140 In △△ Obliqu. *Fig.* 46.
- *Resol.* Demitte ab angulo aliquo ignoto B, perpendiculum BD. Jam 1) ex latere BC, angulo D recto, & C (adeoque etiam DBC) datis invenies DB, & DC per §. 135. 2) cum cognito DC sciatur AD (=AC—vel + DC) invenies in △ ADB, ex AD, BD & angulo recto notis, angulum A per §. 139. & inde angulum B (§. 68.) latusque AB (§. 135).

141 *PROBLEMA II. Datis duntaxat tribus lateribus invenire angulos.* Fig. 47.

Resol. Ex vertice anguli C, qui opponitur lateri maximo (quod *Basim* dicemus) describe circulum latere minimo CA. Ob AC = CG = CE, erit BG summa crurum AC + BC; BE vero eorundem Differentia. Demitte ex C perpendiculum CD; fiet AD = DF (§. 85.) Fac jam 1*mo.* Summam & Differentiam crurum. 2*do.* Infer: *ut Basis* (AB) *est ad summam crurum* (AC + BC = BG); *ita differentia crurum* (CB—AC = BE) *est ad Baseos Segmentum* (BF) *extra circulum.* 3*tio.* Subtrahe FB ab AB, habebis AF, & inde AD = $\frac{1}{2}$ AF—. 4*to.* His habitis solvi possunt duo △△ Rectangula ADC & BDC, angulique inveniri per §. 135. Quod vero sit AB: BG = BE: BF, patet ex §. 119. *a.*

142 PRAXIS EUTHYMETRICA objectorum quorumvis sive accessibilium, sive non accessibilium distantias, situmque horizontalem, vel verticalem ex principiis Geometricis determinat. Dicitur etiam LONGIMETRIA, & in specie, prior quidem ICHNOGRAPHIA (Grundriß); posterior ALTIMETRIA. Huc refertur LIBELLATIO, item ORTHOGRAPHIA. (Profil).

143 LINEAM RECTAM longiorem in campo *ducimus* radio visuali, idque vel ope alicujus instrumenti, vel ope perticarum, seu longiorum baculorum, qui altero sui extremo ferrea cuspide armati, humi directa serie, & perpendiculariter defiguntur. *Metimur* vero lineam Rectam, itemque curvam (antea in plures rectas (*Fig.* 50.) resolutam) ope Decempedæ, Funis, vel Catenæ Mensoriæ in pedes divisæ. *Funis* non est adhibendus, nisi filis adversum contortis factus sit, & in oleo coctus, ceraque dein perlitus; & tum quoque pro diversa trahentium vi inæqualiter tenditur. *Catena* tribus decempedis longior, gravis evadit, ut dein difficulter horizontaliter tendi possit. Exactissimam mensuram dant Decempedæ duæ (*V. infra* §. 175.) alternatim in lineam rectam commissæ.

144 Scholio 1. *Habet* Pertica (Ruthe) 12 *pedes*, Decempeda 10; Orgyia *sive* Hexapeda (*Gallis* Toise) *pedes* 6; Pes 12 (*Geometris* 10) *digitos*; Digitus 12 (*Geometris* 10) *particulas &c. Index seu Exponens Perticæ, Decempedæ, itemque Orgyiæ est* 0, *Pedis* ,, *Digiti* ,,, *Linea* ,,,, &c.

145 Scholion 2. *Si Pes Viennensis concipiatur divisus in partes æquales* 1401, *continebit ejusmodi partes Pes Romanus, item Saxonicus, & Suecicus* 1320. *Norimbergensis* 1347. *Londinensis* 1352. *Rhenanus* 1391, 3. *Parisinus* 1440. *Bononiensis* 1685, 6. *Si itaque nosse cupias, quot pedibus Viennensibus æquivaleant* ex. gr. 3100 *pedes Parisini? dic inverse: 1401 : 1440 = 1300 : x seu 3186, 3.* fere.

146 Lineam rectam ex charta in campum, & vicissim in campo mensuratam ad chartam transferimus ope *SCALÆ GEOMETRICÆ* (Verjüngten Maaßstab) vel simplicioris (*Fig.* 48.) vel perfectioris (*Fig.* 49). Utriusque constructio & usus dabitur oretenus.

147 Linea recta in campo in partes quascunque optime dividitur per Arithmeticam, & Decempedam. Sit enim linea *ex. gr.* 2648 pedum, dividenda in partes æquales 4; erit pars una = 2648 : 4 = 662 ped., quos Decempeda, vel Catena, in campo determinare licebit.

148 Instrumenta Geometris usitatiora sunt. I. *MENSULA, PRÆTORIANA* dicta, cum Regula AB, duos minimum pedes longa, & Dioptris instructa (*Fig.* 51.) II. *GONIOMETRICUM*, Circulus, Semicirculus, vel Quadrans, cujus radius minimum 6 digitorum, & divisio graduum exacta, cum Regula Dioptrica circa centrum mobili (*Fig.* 52): passim *Astrolabium* vocant. III. *PYXIS MAGNETICA*, (Gallis *Bouſſole*) Regulæ Dioptricæ affixa (*Fig.* 53.) IV. Demum in horum omnium defectu perticæ, seu longi baculi, de quibus supra §. 143. Horum instrumentorum adminiculo *ANGULOS* in campo mensuramus, aut ex charta in eum transferimus; ex campo vero in chartam transfertur angulus ope Transportatorii. (§. 31. 32.)

149 Scholion. Cautelæ Praxeos. I. *Instrumenta sint justa magnitudinis. Unde Pyxis Magnetica vix adhibenda, nisi ad determinandam mundi plagam (Orientem) ducendasque in silvis lineas.* II. *Dioptra lateri Regulæ sint exacte parallela, quod constabit, si* (Fig. 51 &c.) *Regula ad ductam in Mensula lineam (vel Geometrici gradum) applicata, collimando in punctum quoddam fixum, sat distans, Diopta id semper secent, sive pinulam* A, *sive* B *oculo applices.* III. *Instrumentum in horizontali (in Altimetria in verticali) situ collocandum. Obtinetur id ope* Perpendiculi (Fig. 54.) *vel ope* Libellæ (Waſſer-Waag), *qua constat canali vitreo spiritu vini repleto, & relicta aeris bullula, utrinque hermetice clauso, ac basi orichalcina ejusdem axi parallela innixo* (Fig. 55). IV. *Punctum stationis* (Stand-Punct) *tum prima: tum subsequentium exacte humi notandum; quod in usu Mensulæ optime fit ope Perpendiculi* (Fig. 56). V. *Catena mensoria longitudo quandoque examinanda est; parata ad id Decempeda in pedes divisa. In linearum dimensione catena semper horizontaliter, & recta versus scopum directione tendatur, præcipue in dimensione* Baseos (Stand-Linie), *cujus minus exacta determinatio errorem per reliquas operationes omnes propagaret.* VI. *Angeli non accipiantur nimis acuti, & terminentur ad objecta bene distinguibilia, ut sunt Turres Urbium, camini &c. Prodest idem punctum per plures ex diversis stationibus factas intersectiones determinare, & examinare* △*li angulos, an tres simul faciant* 180 gr. *Ceterum aberrationum, quæ in Praxi Geometrica contingere solent, Theoriam, uti cetera huc spectantia, unus omnium exactissime persequitur Doctissimus Vir* Marinonius, de re Ichnographica cap. V. toto.

150 Denique

150 Denique totius Praxeos Geometricæ Archæus est Triangulum, & in id unice intendendum, ut in charta acquiras △ simile illi, quod est in campo; id quod tribus △li partibus cognitis semper obtinebis per dicta de *Æqualitate, & Similitudine* △△, eorumque *Analysi Trigonometrica*. Memento itaque semper: *QUÆRENDA TRIA.* (§. 137.)

151 *PROBL. I. Metiri distantiam locorum* A *& B, ex quorum uno alter recta adiri nequit. Fig. 57.*

Res. I. Constitue Mensulam in loco quodam tertio D. Ad infixam Mensulæ *ex. gr.* in *d* aciculam applica Regulam Dioptricam. Collima in A & B, ducque secundum regulæ latus indefinitas *da* & *db*. Ope catenæ mensura DA & DB, easque ex Scala Geometrica, mensura simili, in chartam ex *d* in *a* & *b* transfer. Distantia punctorum *a* & *b* per Scalam explorata dabit ipsum numerum *ex. gr.* pedum, lineæ seu distantiæ AB. Nam angulus *d* est communis utrique △; latera vero *da* & *db* tot (proportionaliter minores) partes continent, quod continent *dA*, & *dB*; Ergo △ *adb* ∽ AdB; hinc *da* : *dA* = *ab* : AB; sed *da* in numero partium = *dA*; ergo etiam *ab* in numero partium = AB. *Q. E. F. & D.*

152 Scholion. *Nota universim, Goniometrice & Pyxide Magnetica eodem modo dimensionem peragi, hac solum differentia, quod per Mensulam anguli immediate ope ductarum linearum obtineantur; his vero instrumentis solum obtineatur angulorum in graduum numero quantitas, in charta sub figura solum rudi interea designanda, ac domi demum ope Transportatorii exacte determinanda. Resolutio vero Trigonometrica per calculum erit, quod quæritur. Sic mensuratis in campo lineis* DA, *&* DB, atque angulo *d*, invenitur latus AB per §. 140.

153 *Res. II.* (*Fig.* 58.) In defectu instrumentorum defigatur pertica *ex. gr.* in C. Mensuretur CA & CB. Ex CA, itemque ex CB accipiatur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, vel $\frac{1}{4}$, nempe *Ca*, & *Cb*; erit etiam *ab* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, vel $\frac{1}{4}$ de AB (§. 111.)

154 *PROBL. II. Metiri distantiam objectorum* A *& D, quorum unum accedi potest.* Fig. 59.

Res. I. Colloca Mensulam in C, & collima versus A & D, ductis *ca*, & *cd*. Defixo in C baculo transfer Mensulam in D, & mensura simul lineam CD, eamque ex Scala determina. Ex D collima in C, & sursum in A, ductaque linea *da* determinabitur △ *acd* ∽ △ ACD (§. 109.) & partes *ad* ex Scala desumptæ prodent numerum partium AD. *NB.* §. 152.

155 *Res. II.* (*Fig.* 60) Defigatur baculus in loco aliquo C. Fiat CE = DC. Figatur item baculus in linea DA, *ex. gr.* in F, fiatque CG = FC. Retrocede in linea AC, donec H sit in linea recta cum G & E; erit EH = AD. Nam ob angulos verticales & latera (*ex. constr.*) æqualia, △ GCE = △ DCF. (§. 57. Cas. 2): unde etiam anguli E = D; adeoque △ ECH = △ GDA, & EH = AD. *Confer.* §. 164.

156 *PROBL. III. Metiri distantiam duorum objectorum inaccessibilium* A *& B.* Fig. 61.

Res. I. Assumendæ sunt stationes duæ *ex. gr.* C, & D eo situ, eaque lineæ stationis longitudine, quæ angulos capiendos non reddat nimis acutos. Itaque ex C collima in A, B & D, & duc *ca*, *cb*, *cd*. Mensura, & ex Scala determina *cd*. Ex D collima in C, A & B; determinabuntur per intersectiones puncta *a* & *b*, earumque distantia *ab* in Scala explorata dabit distantiam AB. Erit enim *abcd* ∽ ABCD, ob angulos singulos mutuo (*ex constr.*) æquales (§. 110.) *NB.* §. 152.

157 Scholion. *Patet hoc modo haberi posse Ichnographiam totius cujuspiam areæ, Territorii &c. vel ex unica basi* AB *in directum sita* (Fig. 62.), *vel ex pluribus* CD, DE, EF, FG, *collimando in objecta circumpositia: quo tamen secundo casu simul basium anguli* D, E, F *capi debent.* (Fig. 63.)

Res. II. Per perticas, operationem §. 155. allatam bis facito, veluti mensuraturus distantias AD, & BE (*Fig. 64*). Fiet enim △ LCH = △ ACB, ob CH = CA, LC = CB (§. 155.) & C = C.

158 *PROBL. IV. Linea inaccessibili* AB *ducere parallelam* ED. (Fig. 65).

Res. Instrumento in C, dein in D collocato, ceterisque, ut §. 156. peractis acquires inter cetera angulum DAB; huic fac æqualem alternum ADE; erit DE petita parallela (§. 29.)

159 *PROBL. V. Ad lineam inaccessibilem* AB *erigere perpendicularem* CF. (Fig. 66.)

Res. Duc prius ED parallelam ad AB per §. 158; tum juxta §. 34. erige perpendicularem FC in linea ED, catena, vel Decempeda, circini loco, uno sui extremo fixa, altero in gyrum circumacta. Ceterum (*Fig. 67.*) si AB = 3, BC = 4, AC = 5; BC erit semper perpendicularis ad AB, ob 9 + 16 = 25. (§. 116.)

160 *PROBL. I. Altitudinem accessibilem* AB *metiri.* Fig. 68.

Res. I. Instrumento in C verticaliter seu ad perpendiculum collocato cape angulum *d*. Mensura *d*E = CB, & ope scalæ in chartam transfer. AE*d* alioqui est angulus Rectus (§. 54.) Ex dato itaque latere *d*E, & duobus angulis adjacentibus determinabitur △ *d*EA (§. 59.) adeoque latus EA, cui si addas altitudinem instrumenti *d*C = EB, innotescet tota altitudo AB. NB. §. 152.

161 *Res. II.* (Fig. 69.) Infige perpendiculariter perticam in E, alteram in C, donec D, F, A sint in linea recta. Mensura distantiam baculorum DG = CE: itemque GH = EB: & infer: DG: GF = DH: HA. (§. 111.); adde DC = HB, scies AB. Si DG = GF, erit & DH = HA. Per perticæ umbram, aut objecti e speculo reflexi radium idem aliquatenus obtinere licet.

162 *PROBL. II. Altitudinem inaccessam* AB *metiri.* Fig. 70.

Res. I. Assumptis duabus stationibus in linea recta BCD, cape angulos *a* & *e*, & mensura CD = *ae*, & ope Scalæ transfer. Determinabitur vertex *a*, ex quo si demittas Perpendicularem *as* ⊥ *eb*, prodet Scala altitudinem AB. (§. 59.) NB. §. 152.

163 *Res. II.* Priore (quæ angulos plerumque dat nimium acutos) melior, & simul lineis inclinatis serviens. (Fig. 71). Assume stationes, non ut ante, puncto B in directum sitas, sed potius utrinque ad latus recedentes C & D. In C cape angulos ACB, & BCD; in D vero angulos ADC & BDC (quasi mensurando (per §. 154.) duas distantias AC & BC.) Hoc modo latera omnia ac verticum A & B distantia determinabitur, ductaque AB dabit ex Scala longitudinem altitudinis inclinatæ AB; ducta vero ad BD perpendicularis EB, dabit altitudinem perpendicularem EB = AG. Utens Goniometrico capere simul debes angulum ADB vel ACB.

164 *Res. III.* (Fig. 69.) Mensura prius distantiam BC, vel per §. 155, vel hoc modo: Per D & *b* collima versus B. Mensura altitudines *a* & *b*, ac distantiam *d*. Infer: $a : b = d + x : x$ (§. 111.); proinde $a - b : b = d + x - x : x = d : x$ (§. 87. C. Ar.); ergo $x = \frac{bd}{a-b}$ = BE = HG. Sic jam cognita distantia BC, invenietur BA, uti §. 161.

165 Scholion. *Facile apparet, fossarum, vallium &c. profunditates iisdem his methodis, quibus altitudines, inveniri posse, Geometra in edito loco consistente. Illud occurrit monere: si in capiendis distantiis locorum altiorum* ex. gr. *montium, turrium &c. instrumenti planum horizontale esse nequit* (Fig. 72.) *sed in parte* G *attolli debet; id ita constituendum esse, ut tamen latus illius* AB *maneat Horizonti* CD *parallelum, non vero uno sui extremo ad eum inclinetur* (Fig. 73.)

166 *Definitio* 1. LINEA LIBELLÆ, Gallis *Ligne de Niveau*, (Fig. 74.) est linea curva (AB), cujus puncta omnia æqualiter distant a centro Telluris D; linea vero recta AC est Linea Libellæ, seu horizontalis *apparens*, non differens sensibiliter a curva AB, nisi 100 orgyiis longior. V. Picard, *Traité du Nivellement p. 7.*

167. *Definitio* 2. ARS LIBELLANDI (*Nivellement*, Abwäägen, Wasser-Wäägen,) est ars investigandi, quanto plus unum superficiei punctum B, quam alterum *n* a centro Telluris D distet. Puncta hæc *Termini Libellationis* dicuntur.

168 *Coroll.* Libellatione itaque Altitudinum differentia, montium, superficiei aquarum fluentium, vel alio deducendarum declivitates determinantur.

169 *Definitio* 3. Instrumentum Libellationi aptum est quod lineam horizontalem FC, ad radium Telluris AD perpendicularem, definit. Communissimum est recurvus tubus vitreus AB (*Fig. 75.*) aqua colorata repletus, cujus summæ superficies *a*, *b*, semper ad libellam se componentes, dioptrarum loco serviunt, per quas linea horizontalis determinetur. Optimum ac simplicissimum Libellæ genus est, si Regula AB dioptris instructa, alteri CD ad angulum rectum committatur (*Fig. 76*). perpendiculo ex C pendulo. Ceterum tam Regula Dioptrica, quam pes mensulæ Prætorianæ ita aptari potest, ut & huic instrumento, & Goniometrico, & Pyxidi Magneticæ serviat.

170 Scholion 1. *Quo Regula* AB *&* CD *longiores fuerint, eo exactiorem reddent operationem. Tubulus optiens Regula* AB *substitutus, & filis perpendiculariter se intersecantibus instructus, terminis longius distantibus libellandis melius satisfacit.* Vid. Bion. *Mathematische Werkschul.*

171. Scho-

171 Scholion 2. *Pro Libellatione in promptu etiam esse debent duo vel tres pertica, in quibus pro libitu attolli, deprimi, & ope cochleæ firmari possint tabulæ quadratæ, nigro colore tinctæ; in medio tamen duabus albis lineis se decussantibus distinctæ, ad quarum intersectionis punctum collimatio accurata fieri possit,* (Fig. 77.)

172 *PROBLEMA III. Libellare amnem a termino* A *ad* B. Fig. 78.

Resol. Libella in C constituta collima per ejus dioptras; & perticarum F & G perpendiculariter defixarum tabulas *m* & *n* a socio tamdiu attolli facito, donec *m* C *n* sint in linea recta. Mensura Aa + *am*, altitudinem puncti hujus primi *m* supra aquæ superficiem. Immota perticæ G tabella *n*, Libella transferatur in D, &, uti prius collima, donec *o* D *p* sint in linea recta, & mensura *no*. Eadem fac in E, & mensura *pq*; itemque *rb* + *bB*, nempe usque ad aquæ in hoc altero libellationis termino superficiem. Altitudines hæ omnes *no* + *pq* + *rb* + *bB* addantur, & subtrahatur *Am*, excessus puncti *m* supra datum primum Libellationis terminum; Residuum erit differentia altitudinis, seu declivitas inter puncta A & B (§. 28). Sit *no* = 8 ped., *pf* = 4, *rb* — 4 *bB* = 2, *Am* = 5, erit Aa = 18 — 5 = 13.

173 *Corall.* Quod si declivitates sint partim ascendentes, partim descendentes (ut in *Fig.* 79.), addantur omnes ascendentes (Ao + *ve* + *cd* + *ef*); addantur & descendentes inter se (*du* + *fg* + *gb* + *bB*); Summa minor a majore subtrahatur, Residuum ostendet differentiam altitudinis.

174 Schol. 1. *Patet distantias quoque* oo, cc, dd, &c. *mensurandas esse, si prater differentiam altitudinis terminorum* A & B, *simul interjecti tractus Ichnographia petatur.*

175 Schol. 2. *Accurata quoque Libellatio peragi potest ope pertica quadrangularis, non flexilis* AC, *10 vel 20 pedes longa, & aliarum duarum* BD, & GH, *in quibus illa pro libitu disponi, attolli, firmari possit* (Fig. 80.). *Si enim pertica hac* AC, *ope perpendiculi* P *constituatur semper horizontaliter* (Fig. 81.), *altitudines* AC + CD + DE + EF — FB *determinabunt differentiam altitudinis terminorum* A & B.

176 *PROBLEMA IV. Mensurare arcum Meridiani.* Fig. 82.

Suppono 1.) *ex Cosmologia* notionem *Meridiani*, *Zenith* &c. 2) *ex Astronomia*, respectu Stellarum fixarum insensibilem esse angulum *Parallacticum* BST, vel DST ad Stellam S, ex centro Telluris T, & superficiei puncto B vel D visum.

Resol. Deligantur duo loca, multis leucis distantia, sub eodem, ad minus quam proxime Meridiano ABCD sita, & ex quorum quovis Stella fixa S, loci Zenith vicinissima, videri possit. Tum Quadrante majore exactissimo, & Dioptra Telescopia instructo capiatur distantia stellæ S a Zenith P, loci B, seu angulus verticalis PBS, unicus, si (*Casus I.*) stella S loco alteri A est verticalis: vel ambo PBS + QDS, si (*Casus II.*) loca B & D sunt lineæ ST ad stellam verticali utrinque sita, aut si (*Casus III. Fig. 83.*) ambo loca B & D sunt cis ST. Dico, angulum ad centrum T, a productis duorum locorum Perpendiculis comprehensum, proinde arcum Telluris inter duo hæc observationis loca interceptum (§. 20.) fore in *Casu I.* æqualem angulo Verticali PBS: in *IIdo.* = Summæ PBS + QDS: in *IIItio.* = Differentiæ PBS — QDS.

Dem. I. Cas. Angulus PBS = BTS + BST (§. 65.); Sed BST = o, seu insensibilis (*Supp.* 2.) ergo PBS = BTS, cujus mensura est arcus BA. *II. Cas.* Eodem modo BTD = PBS + QDS = BD. *III. Cas.* BTS = PBS, & DTS = QDS; ergo BTS — DTS = PBS — QDS = BTD = BD.

Inventa arcus BD amplitudine, quæ sit *ex. gr.* 1. gradus, ejus quantitas in Decempedis, vel Hexapedis determinatur per Trigonometricam plurium △△ Resolutionem, facto initio ab anxie mensurata Basi *ex. gr.* AB, in planitie æquabili assumpta, & positorum circum montium &c. distantias per §. 154. determinando, usque ad alterum terminum D. (*Fig. 84.*) Tum post demissa Perpendicula solvantur △△ Rectangula DGE, EnC &c. ut determinetur DG + Cm + mB = DB.

Corall. Si itaque cuivis gradui Meridiani æquale, seu totidem hexapedarum terrestre intervallum responderet, omnes hi gradus æquales, proinde Terra ejusdem ubique convexitatis foret; at reperere Astronomi Galli, gradum Polo viciniorem plures hexapedas comprehendere, adeoque majori Circuli arcum (§. 18.), proinde Terram ad Polos depressam esse (*Fig.* 84. a.) Vide *R. P. Erellich S. J.* Dial. de Fig. Telluris. Viennæ 1743.

TAB.

PLANUM, AREA, SUPERFICIES generatur motu lineæ in lineam (§. 5.) *Fig. 85.* Si itaque AB (2 *pedum*) sic moveatur per BC (3 *ped.*), describet 6 quadratula (§. 64), seu 6 pedes quadratos. Hinc patet jam - - -

177 *PROBLEMA I. Invenire aream Rectanguli, aut cujusvis PARALLELOGRAMMI.*
Resf. (*Fig. 86.*) Multiplicetur basis *b* per latitudinem, seu altitudinem *a*, erit area ABCD $= ab$. In Quadrato vero (*Fig. 87.*), quia AB $=$ BC, erit area ABCD $= aa$, nempe latus in seipsum ductum. Idem est de area Parallelogrammi cujusvis (§. 44 ad 49.), quia omne æquatur Rectangulo æqualis cum ipso basis & altitudinis (§. 75, 54).

178 Scholion. *Nempe uti Planum, ita Mensura Plani duarum dimensionum est, & quidem Quadratica; unde dimensio Planorum eorum QUADRATURA appellatur. Hinc etiam Pertica quadrata continet 144 pedes quadratos; Pes quadratus 144 digitos quadr. &c. Et quia Geometra assumunt mensuras decimales* (§. 45. Ar. 144.), *Decempeda quadrata 100 pedes quadratos; Pes quadratus 100 digitos quadr.; Digitus &c. complectetur* (Fig. 88). *Unde pro Multiplicatione decimalium in dimensionibus arearum hæc observa.* 1.) *Reduc Factores ad datam speciem minimam adjectis ad dextram, quot opus fuerit, zeris.* 2-) *In Facto Exponentes additi ostendent quidem, ubi incipiant integri* (§. 47. 49. Ar.); *attamen in Numeratorum distinctione a dextra sinistrorsum non unam, sed duas notas cuivis speciei tribue, cum in Planorum mensura decimali species minor in proxime majorem non ante accrescat, quam Numerator 100 æquet. Sit* (Fig. 86.) AB $= 9, 8$; BC $= 9, 79$. *Loco 9, 8, fac 9, 80; erit factum, seu area* ABCD $= 980. 979 = 959420$, *seu 95. 94, 20. nempe 95 decempeda, 94 ped., 20 dig. quadr.*

179 *Coroll.* 1. *TRIANGULI* area habetur, si basis multiplicetur per altitudinem, & Factum dividatur per 2. Quodvis enim $\triangle$ est dimidium Parallelogrammi, æqualem cum ipso basim & altitudinem habenti. Nempe (*Fig. 86.*) $\frac{ab}{2} = \frac{1}{2} a.b = \frac{1}{2} b.a = \frac{2ab}{4} = 2a.\frac{1}{4} b = 2b.\frac{1}{4} a$. Hinc rursum sequitur 1*mo*, Rectangulum sub $\triangle$ dati tota basi & dimidia altitudine, vel vice versa; vel sub dupla basi & quarta parte altitudinis, aut vice versa, constructum, æquale fore $\triangle$ dato. 2*do*. Aream $\triangle$li, per dimidiam basim divisam, dare altitudinem $\triangle$li, & e converso; nam $a.\frac{1}{2} b : \frac{1}{2} b = a$. Et vicissim $b.\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} a = b$.

180 *Coroll.* 2. *TRAPEZIUM*, item Trapezoides, & *POLYGONUM irregulare* resolvantur prius in Triangula (*Fig. 89, 90.*) & singulorum $\triangle\triangle$ areæ per §. priorem quærantur, & summentur. Hinc rursus Triangulum cuivis figuræ æquale construetur, si summa basium illorum $\triangle\triangle$, in quæ resoluta fuit figura, assumatur pro basi construendi $\triangle$; area vero figuræ inventa per assumptam hanc basim, sed dimidiam dividatur; quotus enim erit altitudo construendi $\triangle$ (per §. 179, 2*do*.)

181 *Coroll.* 3. *POLYGONI* regularis area habetur, si summa laterum multiplicetur per dimidiam altitudinem catheti. Nam (*Fig. 91.*) tota area *ex. gr. Hexagoni*: constat areis 6 $\triangle\triangle$ æqualium (§. 98.); sed his 6 $\triangle\triangle$ $= \triangle$ CAB sub altitudine eadem catheti CA, & omnium 6 basium summa; ergo area $\triangle$ CAB $=$ aræ Hexagoni dati; sed area $\triangle$ habetur &c. §. 179. Hinc rursus Polygono cuivis etiam æquale Parallelogrammum, & vicissim, construi potest (per §. 179. 1*mo*). Et cum circulus sit Polygonum infinitorum laterum - - - -

182 *Coroll.* 4. *CIRCULI* quoque area æqualis est areæ $\triangle$, cujus altitudo est radius AC, basis vero Peripheria (*Fig. 92*). Ob eandem rationem *SECTOR* circuli LBCDI $= \triangle$, cujus basis est arcus BD, altitudo radius. Haberetur itaque area, seu quadratura circuli per §. 179, si Peripheriæ æqualis linea recta haberetur, quam tamen hactenus nonnisi per approximationem obtinemus: pro quo sit - - -

183 *PROBL. II. Invenire rationem Diametri ad Peripheriam circuli.* Fig. 93.
Resf. Repræsentet *bd* Polygoni 10800 laterum inscripti; *nm* circumscripti latus. Jam 360 *gr.* seu 21600 *min.* divisa per 10800 dabunt angulum ad centrum $bCd = 2$ *min.* (§. 99.); ergo $\frac{1}{2} bCd = oCd = 1$ *min.* Sinui 1 minuti *do*, æque ac Tangenti *nA*, Differentia insensibili, ex Tabulis respondent 2909 partes, quorum 10000000 habet radius (§. 123). Unde & arcus *dA* ab iis interceptus $= 2909$; consequenter 2 *dA*, seu arcus $dAb = 2909 . 2 = 5818$ fere. Jam 5818 . 10800 dat Polygoni 10800 laterum perimetrum, ipsamque adeo circuli Peripheriam 62834400. Est vero Diameter 20000000 (§. 123.); ergo Diameter est ad Peripheriam ut $= 20000000 : 62834400$, vel (omissis 5 dextimis notis) ut $200 : 628$, seu (dividendo per 2) ut $100 : 314$ fere.

184 Scholion. *Archimedæa est fere 7: 22; Metiana 113: 355; Ceuleniana decurtata 10000: 31415. Ex quibus patet, Diametrum a Peripheria plus quam triplo superari.*

185 *Coroll.*

185 *Coroll.* 1. Cum itaque omnes circulorum Peripheriæ sint ut earum Diametri (§. 110,) & vicissim, data Diametro *ex. gr.* 8 ped. Peripheria invenietur hac analogia: 100: 314 = 8: *x*, seu 25, 12. Et vicissim data Peripheria 25, 12, invenietur Diameter analogia inversa: 314: 100 = 2512: *x*, seu 8. Cognita sic Peripheria (tanquam basis △ CAP, *Fig.* 92.) = 25,12 multiplicetur per dimidium Radium CA (seu altit. △) = 2. prodibit *AREA CIRCULI* = 50, 24 digit. quadr.

186 *Coroll.* 2. Eadem ratione invenietur arcus BD (noti numeri graduum *ex. gr.* 80.) dati Sectoris BCD, si inventa prius circuli (cujus Diameter 8 ped.) Peripheria inferas: 360: 80 = 2512: *x*, seu 558. fere. Igitur *AREA SECTORIS* erit 558. 2 = 11, 16 fere (§. 182.)

187 *Coroll.* 3. *AREA SEGMENTI* DLB habetur, si inventa prius area Sectoris BCDL, & area △li BCD, hæc ab area Sectoris subtrahatur: item *AREA ZONAE* ABCD subtractis ab area Circuli areis Segmentorum E & F (*Fig* 94); denique *AREA ANNULI* ABCD (*Fig.* 95.) reperitur, si ab area circuli majoris ABCD, subtrahatur area minoris E.

188 THEOREMA I. *Parallelogramma, quæ habent areas æquales, reciprocant bases & altitudines; & vicissim, quæ eas reciprocant &c. Item* △△ *ob* §. 72.

Dem. (*Fig. 96.*) Sit *ab* = *cd*; erit *a*: *c* = *d*: *b* (§. 66. Ar.): & vicissim, si *a*: *c* = *d*: *b*; erit *ab* = *cd* (§. 80. Ar.) Et si *ab* = *ff*, erit *a*: *f*: *b*; & vicissim, si *a*: *f*: *b*, erit *ff* = *ab*. (ibid.)

189 *Coroll.* In Lineis Proportionalibus semper Rectangulum constructum ex 2 extremis = Rectangulo constructo ex 2 mediis, vel in Continuis Mediæ Quadrato. *Conf. TAB. V.* Hinc cuivis Rectangulo (proinde cuivis Figuræ ob §. 180.) æquale Quadratum construetur super inventa Linea media proportionali inter dati Rectanguli latera *a* & *b* (§. 82, *Ar. vel* 114.).

190 THEOREMA II. *Parallelogramma sunt in Ratione compositæ basium, & altitudinum.*

Dem. X nihil est aliud, quam *ab*; & Y est *cd*; ergo X: Y = *ab*: *cd*, hoc est, in Ratione composita *a*: *c* altitudinum, & *b*: *d* basium (§. 97. *Ar.*). Idem est de △△.

191 *Coroll.* Si itaque bases sunt æquales, Parallelogramma erunt inter se, ut altitudines; si hæ sunt æquales, erunt ut bases; si utræque æquales, erunt & Parallelogramma æqualia (§. 75.)

192 THEOREMA III. *SIMILIUM* △△ *areæ sunt inter se in Ratione Duplicata, seu ut Quadrata laterum homologorum, vel altitudinum.* Fig. 97.

Dem. △△ X & Y sunt in Ratione composita altitudinum (*a*: *c*) & basium (*b*: *d*). Sed in △△ similibus eadem est Ratio *a*: *c*, quæ est *b*: *d* (§. 108.); Ergo △△ similia sunt in Ratione Composita e duabus Rationibus æqualibus, consequenter in Duplicata, seu ut Quadrata laterum homologorum. Nempe X: Y = *aa*: *cc* = *bb*: *dd* &c. vel etiam si Exponens = *n*, ut *nn*: 1. (§. 98, 99. *Ar.*).

193 *Coroll.* 1. Hinc areæ quarumvis Figurarum similium sunt inter se ut Quadrata laterum homologorum, Diametrorum, Radiorum &c. (§. 110). Unde si sub æquali altitudine, △li X basis sit 6, alterius Y 2 pedum, area △li X non tripla erit areæ Y, sed noncupla, nempe ut 36: 4, seu ut Exponens 9: 1.

194 *Coroll.* 2. Si itaque vis *ex. gr.* △li dati Y Simile, sed triplum Z, (*Fig. 98.*), quære inter dati △ basim *d*, & ejus triplam *g*, basim mediam proportionalem *f* (§. 82. *Ar. vel* 114.) & super hac △ simile construe. Nam quia *d*: *f*: *g*, erit *d*: *g* = *dd*: *ff* (7. 99. *Ar.*); sed etiam Y: Z = *dd*: *ff* (§. 192.); ergo Y: Z = *d*: *g* (§. 88. *Ar.*); sed *d*: *g* = 1: 3 (*ex constr.*); ergo Y: Z = 1; 2. Sic figura quævis a forma majore ad minorem Similem, & vicissim reduci potest.

195 *Coroll.* 3. Figura constructa super hypothenusa = binis similibus cathetorum (*Fig. 99.*). Sic Semicirculi A, B, C sunt inter se ut □□ suarum Diametrorum; sed □ de A = □□ Diametrorum de B, & C (§. 116.); ergo & A = B + C. *NB.* §. 194.

196 *Coroll.* 4. (*Fig. 100.*) Hinc quadrantur *Lunula Hypocratis*, constantes ex arcu Quadrantali, & Semicirculo super chorda Quadrantis, seu latere Quadrati descripto. Nempe A = *gldof* = B + C. Deme tum Semicirculo *gldof*, tum Semicirculis B & C, segmenta *gldg*, & *fodf*; remanebunt Lunulæ B*l* + C*o* = △*gdf* (§. 114. Ar.). Et, si △*gdf* sit isosceles, erit Lunula B*l* = △*m*; C*o* vero = △*n*.

TAB.

197 GÆODESIA est Divisio Terræ, vel Plani in ratione data.

198 *PROBLEMA I. Dividere* △ *quodvis* (ABC) *ex angulo* (C) *in quasvis partes.* Fig. 101.

Resol. Divide latus oppositum AB in petitas partes, & duc ad eas ex C lineas. Nam patet, omnium △△ A C *d*, *d* C *e* &c. altitudines esse æquales; ergo △ △ erunt inter se, ut bases (§. 191.) Si A *d* = $\frac{1}{3}$ AB, erit etiam A C *d* = $\frac{1}{3}$ ACB &c. *Q. E. F. & D.*

199 Scholion. *Methodum lineam quamvis in quasvis partes dividendi, ob spatii angustias supra* §. 111. *omissam, hic habe.* (Fig. 102.) *Duc lineam* AB *indefinitam, in eaque petitas partes designa* ex. gr. *usque in* f. *Huic duc parallelam lineam dividendam* CD, *eamque Triangulo* A E f *claude. Tum ex vertice* E *per divisionis puncta* g, h, n, *duc rectas* Eg, Eh, En; *divident hæ in petitas partes lineam* CD. *Nam ob* CD *basi parallelam, erit* EA : A *n* = E C : C *i*; *item* E *n* : *nh* = E *i* : *il* &c. (§. 111).

200 *PROBLEMA II. Dividere* △ (ABC) *in partes* ex. gr. 3, *ex dato puncto* D. Fig. 103.

Resol. Divide △ in 3 partes ex opposito angulo C (§. 198.). Ex puncto dato D duc ad verticem lineam DC. Huic ex punctis divisionum *m* & *n* duc parallelas *mr* & *ns*. Conjunge *r* & *s* cum dato puncto D; erunt A *r* D, D *s* B, & C *r* D *s* partes 3 æquales. Nam △ *mr* C = △ *rm* D (§. 75.); ergo addendo utrique *mr* A, erit *m* C A = D *r* A; sed *m* C A = $\frac{1}{3}$ ACB (§. 198.); ergo & D *r* A. Eodem modo id ostenditur de △ *s* D B = △ C *n* B: unde & reliquum C *r* D *s* = $\frac{1}{3}$ ACB.

201 Scholion. *Si nullum determinatur punctum pro Divisionis termino, facile in petitas partes dividitur Parallelogrammum* (Fig. 104.), *si uno latere* (BC) *diviso in* n, q, &c: *alteri lateri* AB *ducantur parallelæ* n i, q l &c.; *Trapezium vero parallelorum duorum laterum, si utroque latere* AD, & BC *in data Ratione divisis, sectionum puncta lineis connectantur.* (Fig. 105).

202 *PROBLEMA III. Dividere Parallelogrammum quodvis* (ABCD) *ex quovis dato puncto* (E) *in partes* ex. gr. 3 *æquales.* Fig. 104.

Resol. Divide latus AD vel BC in petitas 3 partes (§. 201). Duc alteri lateri AB parallelas *ni*, *lq*, easque biseca in *o*, *o*. Per *o* ex dato puncto E duc E *p*, eique parallelam *fr*; habes petitum. Nam △ E *oi* = △ *nop*, ob *no* = *oi* (ex constr.), & angulos ad *o* verticales, *i* vero & *n* alternos, æquales (§. 26, 29.); ergo AB *no* E + E *oi* = AB *no* E + *nop*, hoc est, AB *ni* = AB *p* E; Sed AB *ni* = $\frac{1}{3}$ ABCD (§. 201.); ergo & AB *p* E = $\frac{1}{3}$ ABCD.

203 *PROBLEMA IV. Dividere Trapezoides* (ABCD) *in quasvis partes.* Fig. 106.

Resol. Duc ad angulum (D) lineam ED, basi (BC) parallelam. Divide Trapezium EBCD, itemque △ EAD in petitas partes per §§, 201, 198.

204 *PROBLEMA V. Dividere figuram quamvis in quasvis partes.*

Resol. Quære aream datæ figuræ, eique æquale △lum construere per §. 180. Tum △ hoc in petitas partes divide per §. 198. Triangula singula, prout spatium tulerit, vel in alia sibi æqualia, vel in Parallelogramma commutata (§. 179.) in datæ figuræ area constitue.

205 Scholion 1. *Methodus* △△*lis æqualia Parallelogramma substituendi sæpe in Figurarum divisione locum habet, ne divisionum limites nimis angulares evadant.*

206 Scholion 2. *Postquam Figura data area in charta divisa fuerit, Geodesia facile in campo peragetur, vel* (*quod quandoque fieri potest*) *ope solius Scalæ, & Catena mensoria determinando singularum linearum longitudinem, vel angulos in charta mensuratos, & linearum intersectiones per Goniometricum, aut* (*quod tutius*) *per Mensulam Pratorianam determinando. Si enim area Ichnographia in charta Mensulæ affixa, forma majore designata sit, Regula Dioptrica lineis singulis in* 2. *vel* 3 *stationibus applicata totam Geodesiam definiet, defixis, qua radii visuales, adeoque linea dividentes porriguntur, baculis. Eadem methodo Ichnographia quavis ex charta in campum transferri potest, & solet* (§. 148).

TAB.

207 INSTRUMENTA. *Linea recta menſuratur funiculo ſericeo, vel potius catena filis orichalcinis tenuibus arctius contortis compoſita, & in Orgyia partes diſtincta. Habet autem* Orgyia, *ſeu* Ulna *Montaniſtica* (Lachter) *partes ceu pedes 8, diverſis fodinis diverſos.*

208 LIBELLA (Gradbogen Fig. 107) *eſt ſemicirculus in Diametro 6 vel 8 digitorum, ex tenui aneâ malleata lamina. Hic uncis ſuis A & B catenæ valide extenſæ appenditur, ſuoque perpendiculo C indicat gradum declivitatis* (die Donlege, das fallen, das ſteigen) *qua ad Baſim horizontalem* (die Sohle) *inclinantur Cryptæ* (die Gruben) *Venæ metallicæ* (die Gänge) *Cuniculi* (Stollen) *Plateæ* (die Läuffe.)

209 PYXIS JACENS Magnetica, Gruben-Compaß, Sez-Compaß Fig. 108. 109. *Huic inſcriptum circulum non in gradus, ſed facto a Septentrionis puncto, diviſionis initio ſiniſtrorſum in bis 12 horas (horam rurſus in 8 puncta) dividunt, ORiente ad ſiniſtram OCCidente ad dextram adſcripto. Si latus* AC *vel* BD *fiat parallelum linea hora 12. pyxis hac ſimul* Inſtrumentum lineationis (Zuleg-Compaß) *ſupplebit pro angulis menſuratis in chartam transferendis. Acus Magnetica fere ſit duorum pollicum & nota Declinationis.*

210 PYXIS PENSILIS Magnetica (Hänge-Compaß) *exhibetur Fig. 110. Utriusque hujus Pyxidis uſus eſt ad capiendos angulos horizontales, ſeu determinandam mundi plagam* (die Stunde) *verſus quam crypta &c. protenduntur.*

211 GONIODICTES (Winkelweiſer Fig. 111.) *eſt Regula quadrangula lignea, 1 pede longior, dioptris* A & B *inſtructa, quibus inferne parallele tenditur filum aneum* CD, *pro appendenda libella vel Pyxide Penſili. Altero ſuo extremo ope cochleæ* E, *partes* FG *conjuncta & circa eam ſurſum ac deorſum mobilis eſt.*

212 CIRCULUS HORARIUS *ancus* (Stundeſcheiben, Eiſenſcheiben) *adhibetur in Ferriſodinis, ubi acus Magnetica fallit. Si dematur Pyxis Magnetica, inſtrumentum hoc vix differt ab illo Fig. 108. Praxis duos tales circulos requirit.*

213 *PROBLEMA I. Fodinam metiri,* einen Gruben-Zug machen. Fig. 112.

Reſ. 1mo Menſuretur profunditas perpendicularis putei AB (des Schachts Seigerteuffe) ope longi Perpendiculi, vel potius ope ipſius funis, qui in puteis pro demittendis & extrahendis rebus (zum ein- und aus-fördern) habetur. 2do. Parallele ad latus & baſim cryptæ BC, tendatur & cochleis æneis firmetur catena. 3tio. Suſpendatur ex catenæ medio primum Libella (§. 108.) pro explorando gradu *cadentis* vel *ſurgentis* ſpecus; tum Pyxis Magnetica Penſilis (§. 110.) appendatur, vel Pyxis Magnetica Jacens (§. 109.) in fulcro quopiam ita firmetur, ut linea horæ 12, exacte reſpondeat directioni extenſæ catenæ: innoteſcet plaga mundi, ſeu hora, verſus quam crypta porrigitur. Longitudo, Declivitas, hora, aliique (ex. gr. occurrentes per cryptam putei, venæ &c.) in pugillari exacte notentur. Eadem fiant in ſtationibus CD, DE &c. Eadem methodo inveſtigatur Directio alicujus venæ (das ſtreichen eines Gangs) catena tum juxta partem venæ ſupremam (quam *pendentem*, das hangende, vocant) tum etiam juxta partem ejus infimam (quam *jacentem*, das liegende, dicunt) extenſa, Libellaque & Pyxide Magnetica applicatis.

214 Schol. 1. *In Ferriſodinis ad primum aditum, vel ſtatim infra puteum exploratur juxta extenſam catenam ope Pyxidis Magnetica plaga cryptæ* (BG), *ſitque hac* ex. gr. *2 hora OR. Tum firmetur in* G *Circulus Horarius ita, ut inventa hora 2. OR. reſpondeat catenæ per* BG *extenſæ. Catenâ annulo* E *immiſſa, & per ſequentem cryptæ ductum* GH *extenſa, monſtrabit Index brachii mobilis* DE *horam, in quam dirigitur* GH *& ad quam in* H *alter Circulus Horarius eſt diſponendus: Et ſic deinceps.*

215 Schol. 2. *Perpendiculâ* Bl, Cm *&c. item baſes horizontales* lC, mD *&c. inveniuntur* 1mo. *per* §. 135. *cum in omni* △ (BlC) *nota ſit hypothſe* BC, *& omnes 3 anguli.* 2do. *Facto ad* B *ope Tranſportatorii angulo Libellæ & erecta perpendiculari* Cl *ex Scala deſumi poteſt* Bl *&* lC. 3tio. *Per tabulas in hunc finem jam factas.* (*V. præclarum opus* Anleitung zur Markſcheidekunſt, Dresden 1749. *vel* Weidleri Geom. Subterran.) *Habitis perpendiculis & baſibus facile innoteſcit baſis & altitudo totalis.*

216 Schol 3. Ichnographia *fodinæ perficitur Scala & Pyxide Magnetica: Ichnographiæ Ferriſodinæ Scala & Tranſportatorio in horas diviſo:* Orthographia, *Scala & Tranſportatorio conſuetis.*

217 *PROBLEMA II. Puncta ſubdialia ſubterranea reſpondentia determinare.* Fig. 113.

Reſ. I. Incipe a fixo quopiam puncto *ex. gr.* puteo AB, & ſingularum linearum longitudines & horas prius in fodina repertas poſtea ſub dio eodem ordine & modo determina.

Reſ. II. Fig. 115. In facta prius mappa Ichnographica ad punctum datum (B) ducatur linea a puncto fixo, *ex. gr.* puteo A & ex hora lineæ AC nota, Pyxide magn. quæratur hora, Scalæ vero longitudo AB. Tum facto a puteo A dimenſionis initio, uſque ad notæ jam diſtantiæ terminum B juxta notam pariter lineæ AB horam metire. Si recta progredi non licet, progredere verſus *b* capto angulo *b* AB, & innoteſcet aberratio tua *b* B vel per Trigonometriam, vel per Scalam.

218 *Coroll.* Fig. 114. Patet ſimili modo inveniri lineam EC pro conjungendis duobus punctis *E* & *C* intra fodinam, einen durchſchlag oder querſchlag machen.

219 *Duorum Planorum* AB & AC *sub angulo* A *inclinatorum Sectio communis est Linea* AD (Fig. 116.) *& quidem hac una, cum inter extrema Planorum horum puncta* A & D, *qua se mutuo tangunt vel secant, nonnisi hac una recta duci possit* (§. 55.) *Et cum hac Sectio seu linea recta sit utique in eodem ipso Plano, quod secat, sequitur, quod* (Fig. 117.) *Sectiones* m & n, *item* r & o *a duobus aliis Planis* E & F *facta, sint parallelæ, si Plana* AB & CD, *qua secantur, sunt parallela. Cetera, qua de Lineis ad Plana, vel Planis ad alia Plana perpendicularibus aut parallelis fuse Euclides L. XI. pertractat, facile intelligentur ex dictis supra de ejusmodi Lineis.*

220 *Def.* 1. Ad constituendum angulum solidum minimum 3 Plana in communem verticem coëuntia; ad claudendam vero figuram solidam minimum 4 requiruntur.

221 *Def.* 2. Regularia corpora sunt, quorum superficies constant meris Figuris Regularibus & æqualibus. Sunt autem quinque, *Fig. 118. & seqq. Tetraëdrum*, quod 4; *Octoëdrum*, quod 8; *Icosaëdrum*, quod 20 △△ æquilateris & æqualibus continetur: *Dodecaëdrum* 12 Pentagonis similibus & æqualibus; *Hexaëdrum*, sive *Cubus* 6 Quadratis æqualibus terminatur. Neque his plura dari Corpora Regularia demonstrabitur. Generatim *Polyedra* dicuntur.

222 *Def.* 3. CORPUS, seu SOLIDUM generatur motu Plani per lineam (§. 6). *(Fig. 123.)* Si itaque planum describens (quod posthac *Basim* dicemus) sit △, □, vel Polygonum quodvis, quod motu semper uniformi sursum moveatur per lineam *c*C, generabitur PRISMA, idque vel △lare, □lare &c. & in specie (*Fig. 124.*) PARALLELEPIPEDUM, si Basis sit Parallelogrammum, & opposita latera Parallela invicem & æqualia: CUBUS vero, si Basis & omnia latera sint Quadrata æqualia (*Fig.* 125.) & demum CYLINDER, si Basis sit Circulus (*Fig. 126.*)

223 *Coroll.* Igitur Cylinder haberi potest pro Prismate, cujus Basis sit infinitorum laterum (§. 78.)

224 *Def.* 4. Si Basis sit △, □ vel Polygonum (*Fig. 127.*) & sursum moveatur per lineam *c*C ita, ut semper proportionaliter quasi constringatur, tandemque in punctum verticis C coëat, generabitur PYRAMIS, eaque vel △laris, vel □laris, vel Polygona: Si Basis sit Circulus (*Fig. 128.*) generabitur CONUS: si Basis sistatur quodammodo in motu suo *ex. gr.* in O, habebitur Pyramis, vel Conus truncatus (*Fig. 129. 130.*)

225 *Coroll.* Conus haberi potest pro Pyramide infinitorum laterum (§. 78.)

226 *Def.* 5. Altitudo corporis est demissa ex vertice, vel sublimi puncto Perpendicularis ad Basim, si opus est, productam (§. 54.) In Pyramide & Cono altitudo corporis distinguenda est ab altitudine Planorum terminantium sive laterum: nempe (*Fig. 127.*) altitudo Pyramidis est *c*C; altitudo Plani BCE est C*d*.

227 *Def.* 6. Axis vocatur linea, quæ Basis inferioris & superioris centra, vel in Pyramidibus & Conis verticem centro inferioris baseos jungit. Si axis Basi perpendicularis est, corpus *Rectum* dicitur; secus *Obliquum* vel *Scalenum Fig. 123.*

228 Scholion. Retia *dictorum corporum ex charta crassiore construes hoc modo: Pro* Tetraëdro, *vel* Pyramide Regulari △lari *fiant quatuor* △△ *æquilatera æqualia* (Fig. 131.): *pro* Octoëdro 8 (Fig. 132.): *pro* Icosaëdro 20. (Fig. 133.) *Pro* Dodecaëdro 12 *Pentagona similia & æqualia* (Fig. 134.) *Pro* Hexaëdro, *seu* Cubo 6 *Quadrata æqualia* (Fig. 135.) *Pro* Parallelepipedo 6 *Parallelogramma, ut semper bina opposita sint æqualia* (Fig. 136.) *Pro* Prismate *ex. gr.* △*lari* (v. Fig. 137.) *Pro* Cylindro (*seu Prismate infinitorum laterum, ut adeo illius superficies, demptis basibus constet infinitis Parallelogrammulis infinite vicinis* ilrf) *fiat Rectangulum* ABCD, *cujus longitudo seu basis* DC *sit æqualis Peripheriæ Baseos Circularis, altitudo vero* AD *altitudini ipsius Cylindri; & pro basibus describantur duo circuli* A & D *radio data baseos Circularis* (Fig. 138.) *Pro* Pyramide *ex. gr.* □*lari* (Fig. 139.) *ducatur arcus* AB, *& in eo data baseos* FD *latus* ED *quater collocetur &c. Pro* Cono Recto (*seu Pyramide infinitorum laterum, cujus superficies, sine basi, constet infinite parvis* △△ bCd) *describatur circulus baseos* AI (Fig. 140.) *tum fiat Sector* ACD, *cujus radius* CI *æqualis sit altitudini lateris Conici; arcus vero* Fd = *Peripheriæ baseos Conicæ: invenitur vero arcus* Ed *hac analogia:* CI: $\frac{1}{2}$ AI = 360: x. *Sit radius* CI = 6, AI = 4, *adeoque radius seu* $\frac{1}{2}$ AI = 2, *erit* ED, *adeoque & angulus* ECD = 120. gr.

229 *PROBL. I. Superficiem cujusvis dictorum corporum invenire.*

Res. Tum ex corporum genesi, tum ex eorundem explicatis Retibus patet, Superficiem cujusvis dictorum corporum nihil aliud esse, quam Summam omnium Planorum, ter-

mi-

minantium. Quærantur itaque Planorum terminantium Areæ, & summentur. Cylindri superficies = *Rectangulo, cujus basis = peripheriæ baseos, altitudo altitudini Cylindri; cui si addantur areæ basium, habebitur tota Cylindri Superficies:* Coni Superficies *vero* = *Sectori* ✢ *areæ baseos.*

230 *PROBL. II. Soliditatem PRISMATIS, PARALLELEPIPEDI, CUBI, CYLINDRI invenire.*

Resol. Quæratur area baseos (*Tab. IX.*) & multiplicetur per altitudinem corporis. Patet id ex ipsa genesi corporum (*Fig. 141.*) Sit Cubi AD, latus AB 4 *ped;* erit ejus basis quadrata AC = *16 ped. quadr.* (§. 177.) Hi 16 pedes quadrati motu semper parallelo ducti sursum per lineam BD, in altitudine 1 pedis dabunt 16 parvos cubos; in altitudine 2 pedum, 32; in altitudine 3, dabunt 48; in altitudine 4 pedum demum 64 *pedes cubicos*, totum Cubum AD composituros.

231 Scholion. *Uti Quadratum Planorum, ita Solidorum mensura est Cubus. Itaque* Pertica Cubica, *seu Cubus 1 Pertica continet* 1728 *pedes cubicos;* Pes Cubicus 1728 *dig. cubicos &c. Et quia Pertica Geometrarum est pedum* 10, Decempeda Cubica *continebit* 1000 *pedes cubicos;* Pes cubicus 1000 *digitos cubicos &c. accremento millecuplo. Hinc in Multiplicatione, Factoribus ope adjectorum Zerorum prius ad minimam speciem reductis, in Facti distinctione a dextra siniſtrorsum tres cuivis speciei nota tribuantur.* (Conf. §. 178.) *Sit Prisma* △*lare* AD (Fig. 123.) *sitque baseos* △*laris aquilatera latus* AB = 3, 54, *altitudo* EL = 3, 8, *erit area* ABE = 6, 72, 60 *ped. quadr.* (§. 179.) *Hæc basis multiplicata per altitudinem* cC = 9, 902, *dabit Soliditatem Prismatis* 66, 600, 852, *hoc est*, 66 decempedarum, 600 *ped.* 852 *digitorum cubicorum.*

232 *Coroll.* Corpora homogenea, quæ bases & altitudines mutuo æquales vel reciproce proportionales (§. 188.) habent, sunt æqualia.

233 *LEMMA. Pyramis est* $\frac{1}{3}$ *Prismatis, æqualis cum ipsa basi & altitudinis.*

Dem. (*Fig.* 142) Sit Cubus AG, cujus basi ponatur inscripta Pyramis Recta ABCDO, sub altitudine Cubi dimidia. Patebit consideranti, reliquis 5 Cubi Planis, ceu basibus, inscribi posse adhuc alias 5 Pyramides Rectas, in eundem verticem O desinentes, æqualium omnes basium & altitudinum, adeoque omnimode æquales. Ergo Pyramis ABCDO erit $\frac{1}{6}$ tius Cubi, consequenter $\frac{1}{3}$ dimidii Cubi, seu Prismatis ALMNB ejusdem cum ipsa basis & altitudinis. Et quia basis cujuscunque Figuræ in basim Quadratam datæ æqualem transformari potest (§. 181, 189.) idem verum erit de Pyramide & Prismate cujuscunque baseos.

234 *Coroll.* Cum Cylinder ad Prisma, Conus ad Pyramidem referatur (§. 223, 225.) erit quoque Conus tertia pars Cylindri, sub æquali cum ipso basi & altitudine constructi.

235 *PROBL. III. Soliditatem PYRAMIDIS & CONI invenire* Fig. 127. & 128.

Resol. Multiplicetur area baseos per tertiam partem altitudinis, vel e converso: vel factum ex tota basi in totam altitudinem, dividatur per 3. Sit altitudo cC = 9, basis AE = 24 ped. quadr., erit Soliditas = 216 ped. Cub.

236 *PROBL. IV. Soliditatem Pyramidis truncatæ, vel Coni truncati invenire.* Fig. 143.

Resol. Ex datis baseos inferioris & superioris radiis *a* & *b*, & Pyramidis vel Coni truncati altitudine *c*, quæratur altitudo tota *c* ✢ *x*. Nempe ob suppositas parallelas *a* & *b*, erit *a* : *b* = *c* ✢ *x* . *x* (§. III.) hinc *a* — *b* : *b* = *c* ✢ *x* — *x* : *x*, hoc est *a* — *b* : *b* = *c* : *x* (§. 187. Ar. NB. C.) Reperto *x* quæratur soliditas corporis totius ABDC, itemque soliditas partis, seu Pyramidis vel Coni deficientis EFGC (§. 235), hujusque partis soliditas a soliditate totius ABDC subtrahatur, Residuum erit Soliditas Pyram. vel Coni truncati ABDGE.

237 *PROBL. V. Soliditatem 5 Corporum Regularium invenire.*

Resol. Dimensio *Tetraëdri*, utpote Pyramidis; *Octaëdri*, ceu Pyramidis duplicis, *Hexaëdri* quoque, seu Cubi, jam constat. *Dodecaëdrum & Icosaëdrum* constat totidem Pyramidibus, in corporis centro concurrentibus, quod corpus habet hedras seu Bases terminantes. Reperta itaque unius ejusmodi Pyramidis componentis soliditate, & per numerum Basium multiplicata, habebitur totius corporis Soliditas.

238 Scholion. *Patet ex dictis, quomodo dimetiri liceat struem lignorum, acervum frumenti, vasorum Cylindricorum, Conicorum, &c. capacitatem, murorum Soliditatem, columnæ æreæ, aquæ in vase contentæ quantitatem &c. Quorum mensura in pedibus, vel digitis cubicis semel cognita facile ad usualem mensuram per Regulam trium reduci poterit, si simul exploretur vel sciatur, quantum in usuali illa mensura 1 Pes vel Digitus cubicus valeat. Pari modo cognita muri, Columnæ æreæ, vel aquæ soliditate inveniri poterit earundem gravitas, cognita 1 pedis eorum cubici gravitate.*

239 *Def.* 1. SPHÆRA (*Fig.* 144.) est Corpus superficie uniformiter convexa terminatum, ad quam ducti e Sphæræ Centro C Radii omnes æquales sunt. Generatur Sphæra, si Semicirculi Planum ABEDA circa immotam Diametrum AB vertatur.

240 *Def.* 2. *Circulus maximus* Sphæræ dicitur circulus, cujus Diameter = Diametro Sphæræ.

241 THEOREMA. (*Fig.* 145.) *Si Sphæra & ei circumscriptus Cylinder* AC *secentur a duobus Planis parallelis* fg *&* eh, *semper Sphæræ Zona* ex. gr. abcda, *æqualis est Cylindri circumscripti Zonæ* efghe, *ejusdem cum priore perpendicularis altitudinis* il; *consequenter omnes ejusmodi Zonæ in Sphæra simul sumptæ, hoc est, totæ superficies Sphæræ, æqualis est omnibus Zonis in Cylindro correspondentibus simul sumptis, hoc est, toti superficiei convexæ (demptis nempe basibus planis* AD *&* BC) *Cylindri circumscripti.*

Demonstratio. aliquanto longior dabitur oretenus.

242 *Coroll.* 1. Quia igitur superficies Cylindri circumscripti convexa = Rectangulo seu facto ex Diametro *Ea* tanquam altitudine, in peripheriam circuli Sphæræ maximi (§. 228.), erit

SUPERFICIES SPHÆRÆ = Facto ex diametro
ZONÆ abcd = Facto ex parte axeos il
SEGMENTI mfgm = Facto ex parte axeos lm
} in peripheriam circuli Sphæræ maximi.

243 *Coroll.* 2. Et quia superficies circuli Sphæræ maximi = Facto ex $\frac{1}{4}$ Diametri in totam suam peripheriam, (§. 185.) Superficies vero Sphæræ = Facto ex tota seu $\frac{4}{4}$ Diametri in eandem circuli maximi peripheriam, sequitur superficiem Sphæræ (adeoque etiam Superficiem Cylindri convexam) esse quadruplam Superficiei circuli maximi, seu ut 4 : 1. Et hinc rursus *Superficies Sphæræ* = *Circulo sub radio, radii Sphæræ* (seu circuli maximi) *duplo*; circulus enim radio prioris duplo descriptus, est illius quadruplus (§. 193.)

244 *Coroll.* 3. Superficies Cylindri tota, annumeratis nempe basibus *AD* & *BC* est sexduplà Superficiei circuli maximi, adeoque est ad Superficiem Sphæræ ut 6 : 4, *seu* 3 : 2.

245 *PROBLEMA. Soliditatem SPHÆRÆ invenire.* Fig. 146.

Res. & Dem. Sphæra considerari potest ut composita ex Pyramidibus vel Conis infinite parvis *m, n, o, &c.* quorum vertices in Sphæræ centro concurrant, bases vero operiant Sphæræ superficiem: Sed quivis horum Conulorum est = Facto ex sua Basi in $\frac{1}{3}$ altitudinis, seu Radii Sphæræ (§. 235.); Ergo Summa omnium Conulorum simul sumptorum, seu Soliditas Sphæræ = Facto ex tota Superficie Sphæræ in $\frac{1}{3}$ Radii.

246 *Coroll.* 1. Hinc Sphæra = Cono, cujus basis sit Superficies Sphæræ, altitudo Radius.

247 *Coroll.* 2. Soliditas *SECTORIS* ABCD = Facto ex Superficie Segmenti ABD in $\frac{1}{3}$ Radii AC: *SEGMENTI* vero ABDA Soliditas habetur, si ab inventa Soliditate Sectoris subtrahatur Soliditas Coni BCD.

248 *Coroll.* 3. (*Fig.* 147.) Sit superficies circuli maximi = c, Radius = r, diameter = d, erit Superficies Sphæræ = $4c$ (§. 243.), Soliditas = $4c \cdot \frac{1}{3}r = 4c \cdot \frac{1}{6}d = \frac{4}{6}cd = \frac{2}{3}cd$. Est vero Soliditas Cylindri = cd (§.230.) = $\frac{3}{3}cd$; Ergo Sphæra est ad Cylindrum circumscriptum ut 2 : 3. Ut quia Conus ad Cylindrum circumscriptum ut 1 : 3. (§. 234.) erunt Conus, Sphæra & Cylinder ejusdem basis & altitudinis ut 1, 2, 3. Et hinc Conus æquatur excessui, quo Cylinder Sphæram inscriptam soliditate superat; Soliditates vero Coni & Sphæræ simùl æquantur Soliditati Cylindri iis circumscripti.

249 Scholion. *Tum ex genesi, tum ex dimensione constat, Corpus omne determinatæ trina dimensione in longum, latum & profundum seu altum, id est, ex basi plana data in aliquam altitudinem; unde licet infrà universim sequentia:*

250 *Coroll.* 1. Corpora quævis, etiam Scalena (cum æquales bases (*Fig.* 123.) ABE per æqualem altitudinem motæ æqualia spatia seu solida definiant (§. 7.), proinde cuivis Scaleno æquale Corpus Rectum intra easdem parallelas constitui possit) Corpora, inquam, quævis homogenea (Prismata Prismatibus *&c.*) comparata æqualia sunt, si sint æqualis basis & altitudinis; si solæ bases sunt æquales, sunt ut altitudines; si hæ sint æquales, sunt ut bases; si nec bases nec altit. æquales sint, sunt in ratione composita basium & altit. (§. 188*c seqq.*)

251 *Coroll.* 2. Hinc *SIMILIA* corpora (quorum nempe plana similia sunt, & æquales mutuo angulos comprehendunt) sunt in Ratione Triplicata, seu ut Cubi laterum homologorum, Diametrorum, Radiorum &c. cum in corporibus similibus singularum dimensionum trium Ratio sit eadem, adeoque idem exponens. Sit (*Fig.* 148.) longitudo baseos = a, latitudo = b, altitudo = c in Corpore X; in Y vero sint eadem d, e, f, erit $abc : def = nnn : 1$, vel ut $aaa : ddd$, ut $bbb : eee$ &c.

252 *Coroll.* 3. Assumpta Sphæræ & circumscripti Cubi diametro = 100, erit Soliditas Cubi ad Soliditatem Sphæræ ut 1000000 : 523333. Cum igitur omnes Sphæræ Sphæris & Cubi Cubis similes sint, invenietur calculo faciliore cujusvis Sphæræ soliditas, si facto datæ Sphæræ diametri Cubo inferas: 1000000 : 523333 = Cubus datæ Diametri Sphæræ, est ad Soliditatem Sphæræ petitam.

253 *Coroll.* 4. Si Cubi dati soliditas dupletur, & ex hoc duplo Radix cubica extrahatur, hæc dabit latus cubi dupli. Est Problema Deliacum. *Confer.* §. 194. *geom. &* 121 *Ar.*

254. Scholion. *Quomodo irregularis cujuscunque corporis Soliditas ope vasis aqua pleni reperiatur, docebitur.*

TAB.

TAB. XIV. *Elenchus quorundam Auctorum, qui Arithmeticam, Algebram & Geometriæ Elementa Tyronum ingenio magis accommodarunt.*

I. *CURSUS MATHEMATICI* primum locum habeant. R. P. Casparus *SCHOTTUS*; itemque R. P. Claudius *MILLIET DECHALES* e S. J. & *OZANAM* in *Cours de Mathematique*, omnes pene Matheseos partes perspicue pertractarunt. Illmus vero *WOLFIUS* Recentiorum inventis locupletata Elementa Matheseos universæ 5. Tomis in 4. edidit, quorum & Compendium dedit 2 Tomis in 8vo, quod nuper auctius sermone Gallico prodiit 3 Tomis in 8vo. Commendandæ præprimis etiam Tyronibus sunt institutiones Matheseos *WEIDLERI* & *WIEDEBURGII*.

II. *ARITHMETICAM & ALGEBRAM* præter dictos dederunt: R. P. Erasmus *EROELICH* e S. J. sub titulo: *Introductio facilis in Matheſim*, Viennæ 1746. 8vo, *CRIVELLIUS*, Elementa Arithmeticæ Numericæ & Literalis, Latine & auctiora reddita Viennæ 1745. *CLAIRAUT* nuperrime, *DEIDIER*, *CAMUS* & *CHAPELLE*, idiomate Gallico. Adde Joannis *POETII* Einleitung zur Arithmetischen Wissenschaft.

III. *GEOMETRIÆ* Elementa ab iisdem nunc sub *Num. II.* dictis Auctoribus habemus. Commemorandus & *BELIDORI Cours de Mathematique*, itidem Viennæ in vernaculum translatus a Bionio. *EUCLIDIS* Elementa dedit R. P. *TACQUET*, quæ cum passim citentur, Elementorum horum Propositiones Tabularum nostrarum sphis respondentes subjecta tabella exhibemus.

L. I. Prop.	1.	§. 61.		46.	§. 77. 104.	*L. VI.*	1.	§. 191.		24.	§. 222.
	4.	§. 57.		47.	§. 116.		2.	§. 111.		25. 29. 30. 31. 32.	§. 250.
	5.	§. 63.	*L. III.*	1.	§. 86.		3.	§. 112.			
	Coroll.	§. 64.		2.	§. 79.		4. 5.	§. 109.		33.	§. 251.
	6.	§. 60.		3.	§. 85.		6. 7.			34.	§. 232.
	8.	§. 59.		4.	§. *cod.*		8.	§. 114, 115.		36.	§. 250 80. *Ar.*
	9.	§. 30.		5.	§. 14.					37.	§. 89. 90. *Ar.*
	Coroll.	§. *cod.*		6.	§. *cod.*					40.	§. 250.
	10.	§. *cod.*		7.	§. 15.						
	11.	§. 34.		8.	§. 16.						
	12.	§. *cod.*		13.	§. 9.						
	13.	§. 25.		14.	§. 15.		9. 10.	§. 199.	*L. XII.*	1.	§. 193.
	Cor. 1. 2. 3.	§. *cod.*		15.	§. *cod.*		*Schol.*			*Coroll.*	§. 110.
	15.	§. 26.		16.	§. 79.		11. 12.	§. 113.		8.	§. 193.
	18.	§. 60.		17.	§. 81.					5. 6.	§. 250.
	19.	§. *cod.*		18.	§. 80.		13.	§. 114.		7.	§. 233.
	20.	§. 8.		19.	§. *cod.*		*Coroll.*	§. 115.		8.	§. 251.
	22.	§. 61.		20.	§. 87.		*Schol.*	§. 121. *Ar.*		9.	§. 232.
	23.	§. 31.		21.	§. 89.		14.	§. 188.		11.	§. 234.
	Schol. 1.	§. 32.		22.	§. 93.		15.	§. *cod.*		11.	§. 250.
	2.	§. 33.		25.	§. 86.		16. 17.	§. 189.		12.	§. 251.
	3.	§. 32.		26.	§. 83.		18.	§. 102. 110.		13. 14.	§. 250.
	24.	§. 57.		27.	§. *cod.*		19.	§. 192.		15.	§. 232.
	25.	§. *cod.*		23.	§. 89.		20.	§. 110.		18.	§. 251.
	26.	§. *cod.*		29.	§. *cod.*		*Cor.* 1 2.	§. 193.		*Ex Archimede.*	
	27.	§. 29.		30.	§. 30.		3.	§. 194. *Prop.*		1. 2. 3.	§. 78.
	28.	§. *cod.*		31.	§. 90.		21.	§. 8. Ar.		4.	§. 181.
	29.	§. *cod.*		32.	§. 92.		22.	§. 89, 90. Ar.		5.	§. 182.
	31.	§. 36.		35.	§. 119. *b.*		23.	§. 190.		6.	§. 183. 184.
	32.	§. 65. 66.		36.	§. 119. *a.*		24.	§. 110, 74.		7.	§. 110.
	34.	§. 71.		*Coroll.*	§. 119.		25.	§. 194.		8. 9.	§. 228.
	Schol.	§. 177.	*L. IV.*	2.	§. 104.		31.			10.	§. 223, 225.
	35. 36	§. 75.		3. 4.	§. 106.		*Coroll.*	§. 195.		11. *Cor.*	§. 228.
	Schol.	§. 177.		5.	§. 86.		33.			12.	§. 243.
	37.	§. 76.		6.	§. 104.		1.	§. 110.		13. 14.	§. 228.
	38.	§. *cod.*		7. 8.	§. 106.		*Cor.*	§. 186.		24.	§. 243.
	41.	§. 72.		9.	§. 104.	*L. XI.*	2.	§. 110.		*Schol.*	§. 242.
	Schol.	§. 179.		10. 11. 12. 13. 14.	§. 105.		*a Prop.* 1. *ad* 20. *Euclides agit de situ & sectione Planorum, de quo V.* §. 219.			26.	§. 241.
	42.	§. *cod.*				*Prop.*				28.	§. 246.
	Coroll.	§. *cod.*		15.	§. 104.		20.	§. 220.		*Schol.*	§. 245.
	43.	§. 74.		16.	§. 103.		21.	§. 221.		29.	§. 247.
	44.	§. 279.								32.	§. 248.
	45.	§. *cod.*									
	Schol.	§. 180.									

GEOMETRIÆ CURVARUM

TAB. I. *De Sectionum Conicarum natura.*

§. 1. *Def.* 1. (*Fig.* 1.) Si Conus ABC secetur Plano DE ad basim AC parallelo, Sectio erit CIRCULUS: si secetur Plano FG, ad oppositum Coni latus BC parallelo, sectio dicitur PARABOLA: si secetur Plano IH, ad Coni axem BL obliquo, sectio dicitur ELLIPSIS: si secetur Plano MN, ad Coni axem BL parallelo, sectio dicitur HYPERBOLA: & generali vocabulo Sectiones hæ dicuntur SECTIONES CONICÆ.

2. Schol. 1. *Hac Sectionum nomina tribuuntur* Apollonio Pergæo, *cujus VIII. Conicorum Libros, quoad licuit, restituit* Edmundus Hallejus. *Antiquiores* Euclides, Archimedes *&c. Parabolam Coni Rectanguli, Ellipsim Acutanguli, Hyperbolam Obtusanguli Coni sectionem dixere. Sectionum Conicarum doctrinam maxime illustrarunt* P. Gregorius a S. Vincentio e S. J. *De Quadr. Circuli & Sect. Con.* Guido Grandus, *cum annotationibus* D. P. Cameti *Recens Romæ editus, & Tyronum commodo Tacqueti Euclideis Elementis annexum, una cum Trigonometria Sphærica & tract. de Cycloide & Logistica* R. P. Boschovich e S. J. Philippus de la Hire, *de Sect. Conicis:* de l' Hospital *Traité analytique des Sections Coniques, aliique complures Recentiores* Wolfius, Deidier *&c.*

3. Schol. 2. *Post* Hospitalium *RR. plerique Sectiones has Conicas extra Conum considerant tanquam Lineas Curvas Algebraicas, quarum natura per Æquationes Algebraicas investigari & exprimi queat. Horum methodo, utpote faciliori, insistemus.*

4. *Def.* 2. (*Fig.* 2.) Lineæ *or, os &c.* quæ ad axem vel Diametrum AB cujuscunque Curvæ utrinque applicantur, ducuntur *Ordinatim applicatæ* vel *Ordinatæ;* harum dimidiæ, seu ex una tantum axis parte applicatæ, *of, of &c.* dicuntur *Semiordinatæ.* Axis vel Diametri portiones Af, Af, &c. dicuntur *Abscissæ.*

5. Schol. *Diameter & axis curvæ sat promiscue a multis usurpantur; Axis Curvæ dicitur solum illa Curvæ Diametrus, ad quam ordinatæ applicantur perpendiculariter* (Fig. 11.)

6. *Def.* 3. *Parameter* sive *Latus Rectum* Curvæ dicitur linea recta, a cujus magnitudine in quibusdam Curvis dependet ratio, quam inter se habere debent Semiordinatæ & Abscissæ datæ Curvæ. Talis parameter est PA vertici Curvæ applicata (Fig. 3.)

7. *Def.* 4. *Focus* (a Speculorum Conoidalium ustione sic dictus) est punctum axeos, per quod transiens Ordinata est æqualis toti, Semiordinata vero dimidiæ Parametro.

8. *Def.* 5. *Linea Constantes* dicuntur, quæ in eadem data Curva magnitudinem non variant, ut est Parameter, Axis, Diameter Ellipseos, Circuli &c. *Inconstantes* seu *Variabiles* sunt, quæ in eadem Curva jam crescunt, jam decrescunt, ut sunt Semiordinatæ & Abscissæ.

9. Schol. *In Æquationibus Algebraicis lineas Constantes prioribus, variabiles ultimis Alphabeti literis denominamus. Sic Diametrum, aut axem Curvæ dicemus a, Parametrum* b, *Abscissam quamlibet* x, *Semiordinatam* y.

10. *Def.* 6. (*Fig.* 2.) Si super AB erigantur perpendiculariter Semiordinatæ ea conditione, ut quævis *of* sit media proportionalis inter segmenta Af & fB; semiordinatarum infinite vicinarum vertices *o, o, &c.* terminabunt lineam curvam circularem, seu Circuli peripheriam. *Constat ex* §. 114.

11. *Coroll.* Hinc in circulo $x : y = y : a - x$, adeoque Æquatio pro Circulo est $yy = ax - xx$, hoc est: *Quadratum Semiordinatæ = Rectangulo ex segmentis Diametri.*

12. *Def.* 7. (*Fig.* 3.) Si semiordinatæ *os, of &c.* axi AB ita applicentur, ut earum quævis sit media proportionalis inter Parametrum PA & Abscissam Af, talium semiordinatarum infinite vicinarum vertices *o, o &c.* terminabunt lineam curvam, quæ dicitur PARABOLA.

13. *Coroll.* Hinc in Parabola $b : y = y : x$, adeoque Æquatio pro Parabola est $yy = bx$, hoc est *Quadratum Semiordinatæ = Rectangulo ex Parametro in Abscissam.*

14. *Def.* 8. (*Fig.* 11.) Si semiordinatæ *of, of &c.* axi majori seu transverso AB ita applicentur, ut Parameter sit ad axem majorem AB; sicut Quadratum Semiordinatæ cujusvis *of* est ad Rectangulum ex Segmentis axeos (Af, fB); Semiordinatarum infinite vicinarum vertices *o, o &c.* terminabunt lineam curvam, quæ dicitur ELLIPSIS.

15. *Coroll.* Quia AB $= a$, & Af $= x$, erit fB $= a - x$. Hinc in Ellipsi $b : a = yy : ax - xx$, adeoque Æquatio pro Ellipsi est $ayy = bax - bxx$, seu (div. per *a*) erit $yy = bx - bxx : a$, hoc est: *Quadratum Semiordinatæ = Rectangulo* (bx) *ex Parametro in Abscissam*, subtracto *Rectangulo* (bxx : a) *ex eadem Abscissa in quartam proportionalem* (bx : a) *ad Axem, Parametrum & Abscissam* (*ob* a : b = x : bx : a)

16. *Def.* 9. (*Fig* 16.) Si semiordinatæ ita applicentur, ut Parameter sit ad Axem transversum AB; sicut Quadratum semiordinatæ *of* est ad Rectangulum ex Abscissa (Af) in Summam Axis transversi & Abscissæ (BA + Af); Semiordinatarum vertices *o, o &c.* terminabunt curvam, quæ dicitur HYPERBOLA.

17. *Coroll.* Hinc in Hyperbola $b : a = yy : x \ (a + x) = yy : ax + xx$, adeoque Æquatio pro Hyperbola est $ayy = bax + bxx$, seu (div. per *a*) erit $yy = bx + bxx : a$, hoc est: *Quadratum semiordinatæ = Rectangulo* (bx) *ex Parametro in Abscissam*, addito *Rectangulo, quod in Ellipsi* (§. 15.) *subtrahitur.*

18. Schol. *Parabola dicitur linea æqualitatis, quia in hac* $yy = bx$; *Ellipsis linea defectus, quia in hac* $yy = bx - bxx : a$; *Hyperbola linea excessus, quia in hac* $yy = bx + bxx : a$.

TA-

19. PARABOLÆ Æquatio eſt $yy = bx$.

20. *Coroll.* Igitur duabus harum trium quantitatum datis facile reperitur tertia: eſt nempe *Semiordinata* media proportionalis inter Parametrum & Abſciſſam; *Parameter* tertia proportionalis ad Abſciſſam & Semiordinatam; *Abſciſſa* denique eſt tertia proportionalis ad Parametrum & Semiordinatam.

21. THEOREMA I. *Quadrata Semiordinatarum ſunt inter ſe, ut earum Abſciſſæ.* Fig. 3.

Dem. Sit ſemiordinata minor $of = y$, ejus Abſciſſa $= x$; ſemiord. major $OS = Y$, ejus Abſciſſa $= X$. Erit $yy = bx$, & $YY = bX$; unde $yy : YY = bx : bX$, hoc eſt $yy : YY = x : X$ (§. 91. *Ar.*).

22. *Coroll.* Si ad verticem axeos erigatur perpendicularis AE, ad hanc vero ducantur aliæ perpendiculares CF, DG &c. ex Parabolæ punctis F, G &c. ſequitur (ob $AC = fF$, & $AD = fG$) fore $AC^2 : AD^2 = CF : DG$. Idem eſt de aliis Abſciſſis & ſemiord. extra Parabolam.

23. THEOREMA II. *Foci* (F) *a vertice diſtantia* (AF) $=$ *quarta parti Parametri, ſeu* $\frac{1}{4}b$.

Dem. (Fig. 4.) Quia ſemiordinata Fo, Foco F applicata $=$ dimidiæ Parametro, ſeu $\frac{1}{2}b$ (§. 7.) erit $\frac{1}{4}bb = bx$ (§. 19.) adeoque (div. per b) erit $\frac{1}{4}b = x = AF$.

24. *Coroll.* Invenitur ergo Focus Parabolæ, ſi in ejus axe AB accipiatur pars $AF =$ quartæ parti Parametri.

25. *Def.* I. Si in axe ultra verticem continuato accipiatur $AG = AF = \frac{1}{4}$ Parametri, erecta ad G indefinita perpendicularis DI dicitur *Directrix* Parabolæ.

26. THEOREMA III. *Recta* FO *ex Foco ad quodvis parabolæ punctum* O *ducta* $=$ *Abſciſſæ ſuæ* AS $\&$ $\frac{1}{4}$ *Parametri, ſeu* $= x + \frac{1}{4}b$.

Dem. Quia $AS = x$, $AF = \frac{1}{4}b$ (§. 23.) erit $FS = x - \frac{1}{4}b$. Eſt vero $FO^2 = SO^2 + FS^2 =$ (§. 116. *Elem.*) $= yy + xx - \frac{1}{2}bx + \frac{1}{16}bb$: & ſubſtituendo bx loco yy (§. 19.) erit $FO^2 = bx + xx - \frac{1}{2}bx + \frac{1}{16}bb = xx + \frac{1}{2}bx + \frac{1}{16}bb$. Unde extr. Rad. erit $FO = x + \frac{1}{4}b$.

27. *Coroll.* 1. Quia $FO = x + \frac{1}{4}b$, itemque $OD = SA + AG = x + \frac{1}{4}b$ (§. 25.) erit $OD = FO$.

28. *Coroll.* 2. (*Fig.* 5.) Deſcribi itaque poteſt Parabola *Imp.* juxta §. 12, ſi erecta ad ductі axis verticem perpendiculari FG, & aſſumpta $AP =$ datæ Parametro, deſcriptiſque ſuper FG per P circulis, complures ſemiordinatæ inter Parametrum AP & Abſciſſam quamvis Af mediæ proportionales AI, AII, AIII &c. determinentur (§. 114. *Elem.*) & in axem transferantur, nempe $fI = AI$, $fII =$ AII &c. *Hinc*, ex hoc Theor. ſi (*Fig.* 6.) ad axem erigantur indefinitæ perpendiculares *fo*, *fo&c.* & ex determinato Foco F, intervallo $fG = Fo$, interſeces dictas perpendiculares in *o*, *o &c.* erunt enim puncta *o*, *o &c.* in Parabola (§. 26.) Hac ratione etiam motu continuo deſcribi poteſt parabola, ſi juxta Directionem firmetur Regula DI; gnomoni vero DH in H affigatur filum, cujus longitudo $=$ gnomonis lateri DH, & alterum fili extremum figatur in Foco F: gnomone juxta Regulæ ID latus modo, ſtylus *o*, filum gnominis lateri DH adſtringens, deſcribet Parabolam. Erit namque ſemper $oD = Fo$ (§. 27.).

29. *PROBLEMA I. Ducere Tangentem ad datum Parabolæ punctum* o. (*Fig.* 7.)

Reſ. Ex puncto dato *o* ducatur ad Directricem DI perpendicularis *oD*: inde ad Focum F ducatur DF & biſecetur in P, erit per P ducta *oT* Tangens, ita ut in ſolo puncto *o* cum Parabola communicet. Nam communicet *ex. gr.* in *r*, erit in hoc caſu $mr = rF$ (§. 27.); Sed etiam (ob $PD = PF$, Po commune & angulos ad P rectos, utpote biſecta baſi $\triangle$ Iſoſcelis DoF) $rD = rF$; unde hypothenuſa *rD* foret $=$ catheto *mr*, quod eſt impoſſibile; Ergo

30. *Def.* 2. Si ad punctum contactus *o* ducatur perpendicularis, ſeu Normalis No, recta *fT*, a Tangente To & Semiordinata *fo* intercepta dicitur *Subtangens*; Nf vero a Normali & Semiordinata intercepta *Subnormalis* appellatur.

31. THEOREMA IV. *Subnormalis* Nf *æquatur dimidiæ Parametro, ſeu* $\frac{1}{2}b$.

Dem. Nam $fo = GD$, & (ob FD & No ad tangentem perpendiculares, adeoque inter ſe parallelas) $e = o$, ad G & *f* vero Recti, tertius $=$ tertio; ergo $\triangle GDF = \triangle fo N$; ergo $fN = GF$; Sed (§. 23, 25.) $GF = \frac{2}{4}b = \frac{1}{2}b$; ergo etiam $fN = \frac{1}{2}b$.

32. *Coroll.* 1. Quia Nf: $fo = fo$: fT (§. 114. *Elem.*) hoc eſt $\frac{1}{2}b : y = y : fT$; erit $fT = \frac{yy}{\frac{1}{2}b}$; Sed $yy = bx$ (§. 19.) ergo $fT = \frac{bx}{\frac{1}{2}b} = 2x$, id eſt: *Subtangens* fT *eſt dupla Abſciſſæ* Af. NB. Modus 2dus. ducendi Tang. ſi fiat $Tf = 2Af$.

33. *Def.* 3. (*Fig.* 8.) Si tangenti TM ducantur parallelæ PQ, PQ &c. haſque altera DI ex puncto contactus ducta & axi AB parallela, ſecet biſariam; DI Diameter parabolæ, *rf* vel *fo* ſemiordinatæ, Df Abſciſſæ ad Diametrum dicuntur.

34. *PROBLEMA II. Invenire aream ſpatii Parabolici* IGAoI. Fig. 3.

Reſ. Multiplicetur maxima Ordinata *oI* per $\frac{2}{3}$ axeos AB. Sit $oI = 20$, $AB = 24$ *dig.* erit $IA\,oI = 20$. $8 = 160$ *dig. quadr. Demonſtratio* dabitur.

35. *PROBLEMA III. Invenire ſolliditatem corporis Parabolici, ſeu* PARABOLOIDIS. *Fig.* 9.

Reſ. Circulus Baſeos OR multiplicetur per dimidium axis AB. Sit area $OR = 423$ dig: quadr., $AB = 18$ dig., erit Paraboloidis $OAR = 423.9 = 3807$ dig. Cubicorum. *NB. Fig.* 10. *Specula Parabolica.*

TAB.

36. **ELLIPSIS** Æquatio est $yy = bx - \frac{bxx}{a}$, vel $ayy = abx - bxx$.

37. *Def.* 1. *(Fig. 11.) Axis conjugatus* dicitur linea, quæ per Ellipsis centrum transiens ad alterum axem est perpendicularis. Sic CD est axis conjugatus respectu axis *transversi* AB; AB respectu CD. Eadem ratione IL & MN dicuntur diametri conjugatæ.

38. THEOREMA I. *Quadrata Semiordinatarum sunt inter se, ut Rectangula ex Segmentis axeos.* *Dem.* Sit semiord. minor of $= y$, ejus Abscissa $= x$; Semiord. major OS $= Y$, ejus Abscissa $= X$. Erit $yy = bx - \frac{bxx}{a}$, & $YY = bX - \frac{bXX}{a}$ (§. 36.) Unde $yy : YY = bx - \frac{bxx}{a} : bX - \frac{bXX}{a}$; Consequenter multiplicando secundam Rationem per a (§. 91. Ar.) erit $yy : YY = abx - bxx : abX - bXX$; eandemque per b dividendo, erit $yy : YY = ax - xx : aX - XX$, seu ut $x\,(a-x)$ ad $X\,(a-X)$ hoc est, $\overline{of}^2 : \overline{OS}^2 = Af \cdot fB \cdot AS \cdot SB$. *Q. E. D.*

39. *Corell.* 1. Quia etiam in Circulo $yy = ax - xx$, & $YY = aX - XX$, (§. 11.) adeoque $yy : YY = ax - xx : aX - XX$, sequitur, Quadrata semi. in Ellipsi esse inter se, ut sunt inter se Quadrata semi. in Circulo.

40. *Corell.* 2. Quia $\overline{OS}^2 : AS \cdot SB = \overline{CE}^2 : AE \cdot EB$, hoc est (ob $AE = EB$) ut $\overline{CE}^2 : \overline{AE}^2$, patet, Quadratum cujusvis Semiordinatæ esse ad Rectangulum ex segmentis axeos majoris; ut Quadratum semiaxis minoris est ad Quadratum semiaxis majoris, vel etiam: ut Quadratum axis minoris ad Quadratum axis majoris.

41. THEOR. II. *Axis conjugatus* CD *est media proportionalis inter axem majorem & Parametrum.* *Dem.* In hoc casu Abscissa $x = AE = \frac{1}{2}a$. Hinc (§. 14.) $b : a = yy : \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{2}a = yy : \frac{1}{4}aa$, proinde (§. 80. Ar.) $ayy = \frac{1}{4}aab$, (div. per a) erit $yy = \frac{1}{4}ab$, adeoque $y = CE = \sqrt{\frac{1}{4}ab} = \frac{2}{2}\sqrt{ab}$ (§. 71. *Ar. Schol.* 3.) Ergo CD $= 2$ CE $= 2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{ab} = \frac{2}{2}\sqrt{ab} = \sqrt{ab}$. Est vero $a : \sqrt{ab} : b$; ergo a : CD : b. Q. E. D.

42. *Corell.* Datis itaque duabus harum trium quantitatum facile reperitur tertia: est nempe Axis minor media proportionalis inter axem majorem & Parametrum: Parameter tertia proportionalis ad axem majorem & minorem: Axis major denique erit tertia proportionalis ad Parametrum & axem minorem.

43. *PROBLEMA I. Invenire EF, distantiam Foci F ab Ellipsis centro E.* Fig. 12. *Resol.* Sit AF $= x$, erit EF $= \frac{1}{2}a - x$. Jam quia Semiordinata Foco applicata $= \frac{1}{2}b$ (§. 7.) erit $ayy = \frac{1}{4}abb = abx - bxx$ (§. 36.) & (div. per b) erit $\frac{a}{4}ab = ax - xx$. Hinc $xx - ax = -\frac{1}{4}ab$ (§. 114. Ar.) Jam complendo Quadratum (§. 125. *Ar.*) $xx - ax + \frac{1}{4}aa = \frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ab$, proinde (extr. Rad.) erit $\frac{1}{2}a - x = \sqrt{(\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ab)} = EF$.

44. *Corell.* 1. Quia EF $= \frac{1}{2}a - x = \sqrt{(\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ab)}$, erit $\frac{1}{2}a - \sqrt{(\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ab)} = x = AF$ vel BF, id est, distantiæ Foci a Vertice.

45. *Corell.* 2. Quia EF $= \sqrt{(\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ab)}$ & CE $= \sqrt{\frac{1}{4}ab}$ (§. 41.), erit $FC^2 = FE^2 + CE^2 = \frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ab + \frac{1}{4}ab$ (§. 70. Ar.) hoc est $FC^2 = \frac{1}{4}aa$, adeoque $FC = \frac{1}{2}a$. Qui igitur FC $=$ fC (§. 57. Elem.), erit FC $+$ fC $= a$, hoc est, rectæ ex 2 focis ad extremum axis minoris (quin etiam ad quodvis Ellipseos punctum H, G &c.) ductæ duæ simul, æquantur Axi majori.

46. *Corell.* 3. Habemus inde modum facilem datis duobus axibus AB & CD determinandi Focos, ipsamque Ellipsim describendi. Nempe ex axis minoris extremo C vel D, sub radio $=$ dimidio axi majori, fiat intersectio in F & f, erunt hic Foci. Tum axe AB pro libitu secto *ex. gr.* in I, sub segmentis AI & IB fiat ex Focis F & f intersectio in G & H &c. Quod si in Focis F & f clavis figatur filum $=$ AB, stylus L juxta id extensum in gyrum ductus describet Ellipsim; erit enim semper $fL + LF = AB$. Idem esto de instrumento. *Fig.* 13.

47. *PROBLEMA II. Invenire aream. Ellipsis.* Fig. 14.

Resol. Inveniatur area circuli AEBF super axe majore AB descripti, tum inferatur: *ut est semiaxis major* CE *ad semiaxem minorem* CD; *sic est area Circuli* AEBF *ad aream Ellipsis* ADBG.

Dem. Sint semiordinatæ circuli & quidem $ee = Y$, CE $= U$; semiordinatæ vero Ellipseos & quidem $ed = y$, CD $= u$, Erit $YY : UU = yy : uu$ (§. 39.), proinde $Y : U = y : u$ (§. 90. *Ar.*) seu $Y : y = U : u$; quod cum de quibusvis semiord. Circuli & Ellipsis verum sit, erit summa omnium semiord. (id est, tota Area) Circuli ad Summam omnium semiord. (id est, ad totam Aream) Ellipsis, sicut semiaxis major CE ad semiaxem minorem CD.

48. *PROBLEMA III. Invenire soliditatem corporis Ellipsei seu SPHÆROIDIS.*

Resol. Inveniatur soliditas Sphæræ, sub Diametro axis majoris: tum inferatur: ut $UU : uu$ (hoc est, ut *Quadratum semiaxis majoris est ad Quadratum semiaxis minoris*), *ita soliditas Sphæra est ad soliditatem Ellipseos, Idem valet pro segmentis Sphæroidis.* *Dem. pendet a* §. 47 & *a* §. 193. *Elem. NB.* Fig. 15. *Speculum Ellipticum.*

TAB.

49. HYPERBOLÆ Æquatio est $yy = bx + \frac{bxx}{a}$, *vel* $ayy = abx + bxx$.

50. *Def.* 1. (*Fig.* 16.) AB & CD dicuntur *Axes Conjugati*. Primus, major, seu Transversus AB est conjugatus respectu minoris CD, & vicissim: E vero Centrum, ubi axis major & minor perpendiculariter se bisecant. Si axes conjugati sunt æquales, dicitur *Hyperbola æquilatera*.

51. *Def.* 2. Si tam in extremo A, quam B axeos, describatur Hyperbola, dicuntur *Hyperbola oppositæ*.

52. THEOREMA I. *Quadrata Semiordinatarum sunt inter se, ut Rectangula ex Abscissa sua in Summam Abscissæ & Axis Transversi.*

Demonstratio, si loco signi — substituatur signum +, eadem est, quæ in Ellipsi (§. 38.) in qua Quadrata Semiordinatarum sunt inter se ut Rectangula ex segmentis axeos, id est, ut Rectangula ex Abscissa sua in Differentiam Abscissæ & axis Transversi. Nempe erit $yy = bx + \frac{bxx}{a}$, & $YY = bX + \frac{bXX}{a}$; unde $yy : YY = bx + \frac{bxx}{a} ; bX + \frac{bXX}{a}$; consequenter $yy : YY = abx + bxx : abX + bXX = ax + xx : aX + XX$, seu ut $x(a + x)$ ad $X(a + X)$, hoc est, $\overline{os}$: $\overline{OS} = As. sB : AS. SB$.

53. THEOR. II. *Axis minor* CD *est media proportionalis inter axem majorem & Parametrum.* Est hæc altera Hyperbolæ communisque cum Ellipsi proprietas (§. 41.)

54. *Coroll.* 1. Datis itaque duabus harum trium quantitatum inveniri potest tertia (§. 42.)

55. *Coroll.* 2. Quia inde axis minor $= \sqrt{ab}$, erit ejus Quadratum ad Quadratum axis majoris ut $ab : aa$, hoc est, ut $b : a$, videlicet ut Parameter ad axem majorem.

56. *Coroll.* 3. Et quia etiam $yy : ax + xx = b : a$ (§. 17.), erit quoque $yy : ax + xx = ab : aa$, hoc est, Quadratum Semiordinatæ est ad Rectangulum ex Abscissa in summam Abscissæ & axis majoris, ut Quadratum axis minoris est ad Quadratum axis majoris (§. 40.)

57. *PROBLEMA I. Invenire* EF, *distantiam Foci* F *ab Hyperbolæ centro* E. *Resol.* eadem est, quæ §. 43, modo signum — mutetur in +, prodibitque $EF = \sqrt{(\frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}ab)}$

58. *Coroll.* 1. Et hinc distantia Foci a vertice, seu $AF = \sqrt{(\frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}ab)} - \frac{1}{2}a$ (§. 44.)

59. *Coroll.* 2. Uti in Ellipsi linearum duarum ex focis ad idem Curvæ punctum ductarum Summa; ita in Hyperbola duarum ejusmodi linearum Differentia ($fa - Fa$) æqualis est axi majori.

60. *Coroll.* 3. Sic itaque describes Hyperbolam: Determinatis in axe AB utrinque productæ Focis F & *f*, ex eorum uno *f*, apertura circini arbitraria, duc cis & trans axem, arcus I, II, III &c. eademque statim apertura ex vertice B interseca axem in 1, 2. 3 &c. Porro assume pro ruram, Summæ axis majoris & Abscissæ B1, B2 &c. æqualem, atque ex altero foco F prius ductos arcus I, II, &c interseca: Linea per has intersectiones ducta erit Hyperbola; quæ sic etiam motu continuo describi potest.

61. *PROBLEMA II. Ducere tangentem Hyperbolæ* (& Ellipseos.) *Fig.* 16, 17.

Resol. Abscinde $oD = aF$. Junge DF, eamque biseca in P, erit TP Tangens. Demonstratio est fere eadem, quæ §. 29. *NB. Speculum Hyperbolicum cum Ellipticæ* Fig. 15.

62. *Def.* 3. (*Fig.* 17.) Si per Hyperbolæ verticem A ducatur *cd*, axi conjugato CD parallela & æqualis, ita ut sit $dA = DE = Ac = EC$; rectæ EL & EM ex centro E per *c* & *d* ductæ dicuntur Hyperbolæ *Asymptoti*, seu *non coincidentes*.

63. *Coroll.* Quia $EA : Ac = ES : Sr$, & $EA : Ad$ (seu Ac) $= ES : SR$ (§. 11. Elem.) erit $Sr = SR$ (§. 77. *Ar.*) unde quia $SO = So$ (§. 4.) erit & $OR = or$.

64. THEOR. III. *Differentia Quadratorum* SO & SR = *Quadrato Semiaxis conjugati* DE. *Dem.* Quia $CD = \sqrt{ab}$ (§. 55.) erit $DE = Ad = \frac{1}{2}\sqrt{ab} - \sqrt{\frac{1}{4}ab}$; ES vero $= EA + AS = \frac{1}{2}a + x$. Jam vero $EA : Ad = ES : SR$, hoc est, $\frac{1}{2}a : \sqrt{\frac{1}{4}ab} = \frac{1}{2}a + x : SR$; proinde $\frac{1}{4}aa : \frac{1}{4}ab = \frac{1}{4}aa + ax + xx : SR^2$ (§. 90. *Ar.*) Unde $SR^2 = (\frac{1}{4}aab + \frac{1}{4}aax + \frac{1}{4}abx + bxx) : \frac{1}{4}aa = \frac{1}{4}ab + bx + \frac{bxx}{a}$. Est vero $SO^2 = bx + \frac{bxx}{a}$ (§. 49.) Ergo $SR^2 - SO^2 = \frac{1}{4}ab = DE^2$. *Q.E.D.*

65. *Coroll.* 1. Quia igitur semper $SR^2 - SO^2 = DE^2$, nunquam fiet $SR^2 - SO^2 = 0$, adeoque lineæ EL, EM cum Hyperbola nunquam concurrent.

66. *Coroll.* 2. Sit $SO = y$, $SR = z$, erit $OR = z - y$, ast $Or = z + y$. Unde Rectangulum ex OR in Or, hoc est Oo. $Or = zz - yy = SR^2 - SO^2 = DE^2$ (§. 64.) consequenter omnia Rectangula (OR. Or) Quadrato Semiaxis conjugati, adeoque etiam inter se æqualia sunt.

67. *Def.* 4. Si ex vertice A lineæ Asymptoto EL ducatur parallela AG, alteri vero Asymptoto EM parallela AH, Quadratum de AG vel illi æquali AH, dicitur *Potentia Hyperbolæ*.

68. *Def.* 1. Si circulus super recta CD revolvatur, donec punctum *o*, extremo C applicatum, absoluta circuli revolutione in D perveniat, punctum peripheriæ *o* describet Curvam CAD, quæ dicitur TROCHOIS, vel communius CYCLOIS.

69. *Coroll.* 1. Describi itaque potest Cycloïs, si Cylindri cujuspiam extimæ superficiei committatur acicula, hicque super linea sensim revolvatur.

70. *Coroll.* 2. CD, ceu basis, duobus puncti describentis *o* appulsibus in C & D determinata = Peripheriæ; CB = Semiperipheriæ Circuli genitoris: & in quocunque circuli genitoris situ recta CE = arcui Eo.

71. *Coroll.* 3. Si ducatur *o*R basi CD parallela, erit *of* = arcui *fA*. Nam arcus *oE* = CE (§. 70.) ergo arcus *om* = *fA* = *EB* = *mr*; Sed ob Sinus *on* & *fs* (utpote sinus arcuum æqualium *om* & *fA*) æquales, etiam *of* = *mr* (§. 114. Ar.); Ergo *of* = *fA*. Si itaque *of* = *y*, arcus *fA* = *x*, erit *y* = *x*. hoc est, in Cycloide Abscissa æquatur Semiordinatæ inter Cycloidem & arcum abscissum interjectæ.

72. *Def.* 2. EPICYCLOIS describitur, si circulus genitor non super linea recta, sed super peripheria alterius circuli volvatur: & quidem Epicycloïs superior, si circulus super convexitate; inferior, si super concavitate alterius circuli rotetur.

73. Scholion. *Cum ope Cycloidis obtineantur linea rectæ arcubus circularibus æquales, itemque Cycloidis Sectores & Segmenta quadrabilia sint, Cycloïs* Rectificationi Curvarum *servit in Geometria. In Mechanica vero ostenditur* 1mo: Cycloidem esse lineam celerrimi lapsus, seu Brachystochronam, *id est* (Fig. 19.) *ex puncto dato A ad infimum B corpus velocius delabitur per Cycloidem, quam per quamcunque aliam lineam sive curvam, sive rectam, nisi hæc verticalis sit.* 2do: Cycloidem esse lineam Tautochronam, *id est, globus cadendo per Cycloidem eodem tempore pervenit ad infimum punctum B, sive ex altitudine majore A, sive ex minore C deferatur. Quamobrem* Oscillationes Pendulorum *intra duas Cycloides peractæ, Isochrona seu æquidiuturna sunt.* Isochronismum *hunc invenit & Horologiis applicuit* Hugenius, *in celeberrimo opusculo* De Horologio oscillatorio.

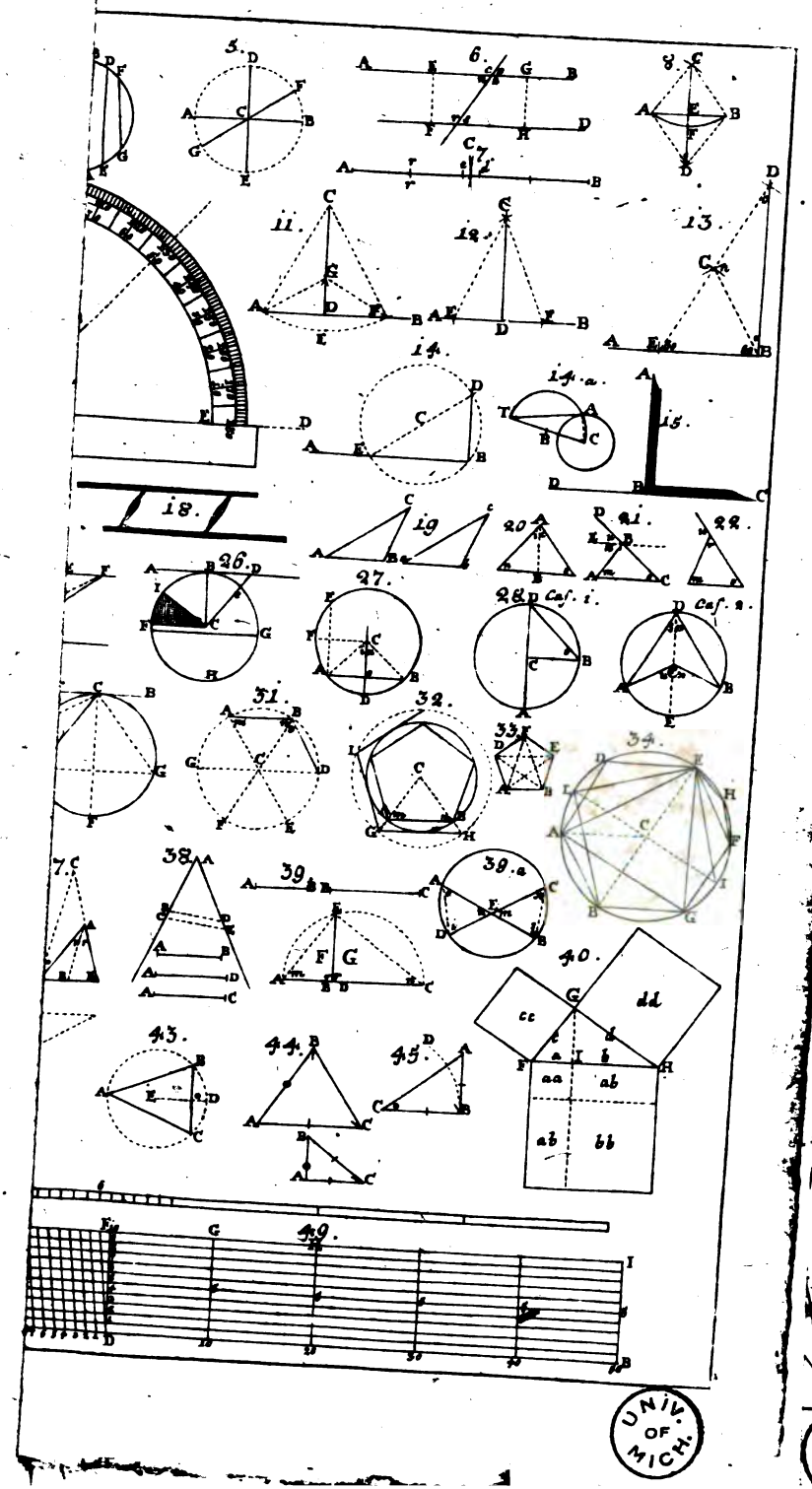
74. *Def.* 3. (*Fig.* 20.) Si linea AB (veluti axis) dividatur in partes quotcunque æquales, & in divisionum punctis *f*, *r*, *s* &c. erigantur perpendiculariter lineæ continue Geometricæ proportionales *fo*, *so* &c: vertices *o*, *o* terminabunt lineam curvam, quæ dicitur LOGISTICA, vel LOGARITHMICA.

75. *Coroll.* Igitur Abscissæ *Af*, *As* &c. sunt Logarithmi Semiordinatarum *fo*, *so* &c. (§. 124 Elem.) atque adeo usus præcipuus Logisticæ in ipsis Logarithmis est.

76. Scholion 1. *Cetera ejusmodi Curvæ,* uti Linea Sinuum, Tangentium, & Secantium, Quadratrix Dinostratis, Quadratrix Tschirnhausiana, Logistica Spiralis, Spiralis Archimedæa, *aliæque* (*quas, quia Æquatio earum naturam exhibens, proinde & Constructio, Curvæ Quadraturam requirit, non* Algebraicas, *sed* Transcendentes *vocant*) *plus ingenii, quam utilitatis habent.* Conchois *a Nicomede, &* Cissois *a Diocle, excogitatæ sunt ad inveniendas duas medias continue proportionales, & ex Nicomedis quidem Concheide hoc modo:* (Fig. 21.) *Duæ datæ AB & BC jungantur ad angulum rectum, & compleatur Rectangulum ABCD. Bisecetur utraque in* m *&* n. *Ex D per* m *ducatur DE in prolongatam BC; fiet EB = AD = BC. Ex* n *demittatur perpendicularis indefinita, eaque ex C secetur intervallo* Co = Am. *Ducatur* o.E, *eique parallela* CF, *& demum recta* oG, *occurrens prodactæ BC ita, ut fiat* FG = Co. *Denique ex G per D in continuatam BA, agatur recta GH, erunt CG & AH quæsita duæ media proportionales. Verum confer* §. 121. Ar.

77. Scholion. 2. *Observa denique, Æquationem, naturam Curvæ exhibentem, & inde ipsam Curvam Algebraicam, dici* Curvam primi gradus, *vel* primi generis, *si Æquatio sit Quadratica;* secundi gradus *vel* generis, *si cubica, & sic deinceps. Sic quæ* ex. gr. *Parabolæ Æquatio est* $yy = bx$, *Parabola est Curva primi gradus &c.*

ARCHI-

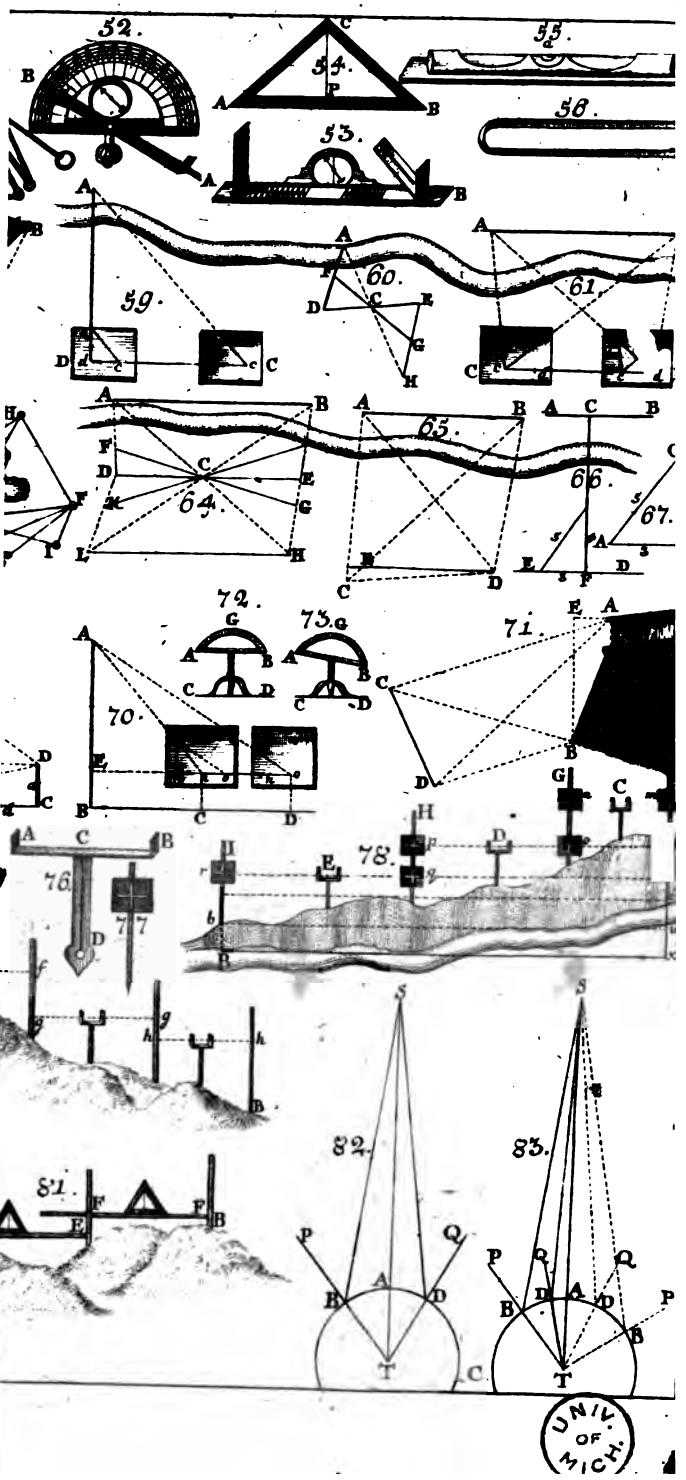

5.
6.
7.
8.
11.
12.
13.
14.
15.
16.
17.
18.
19
20
21.
22.
26.
27.
28.
31.
32.
33.
34.
38.
39.
40.
43.
44.
45.
49.
cc
dd
aa
ab
ab
bb

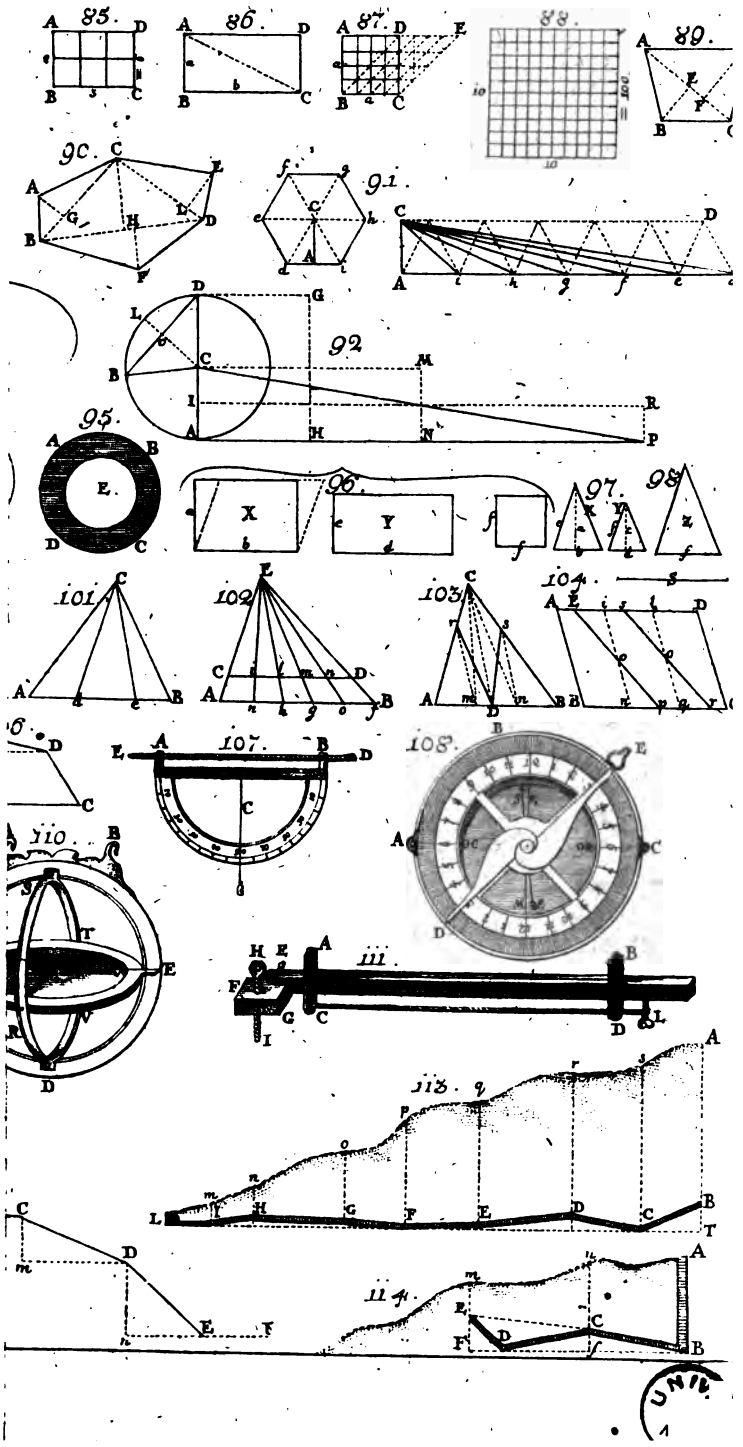
74.

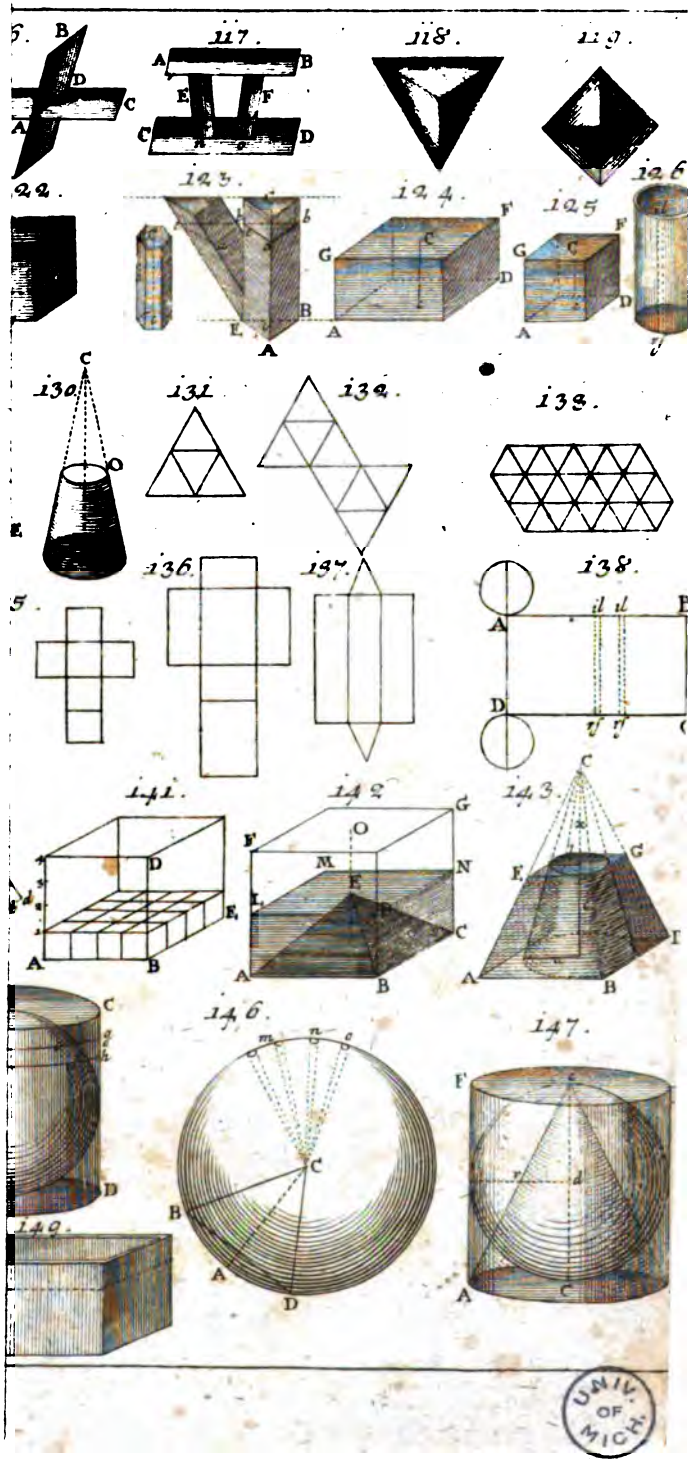
75.

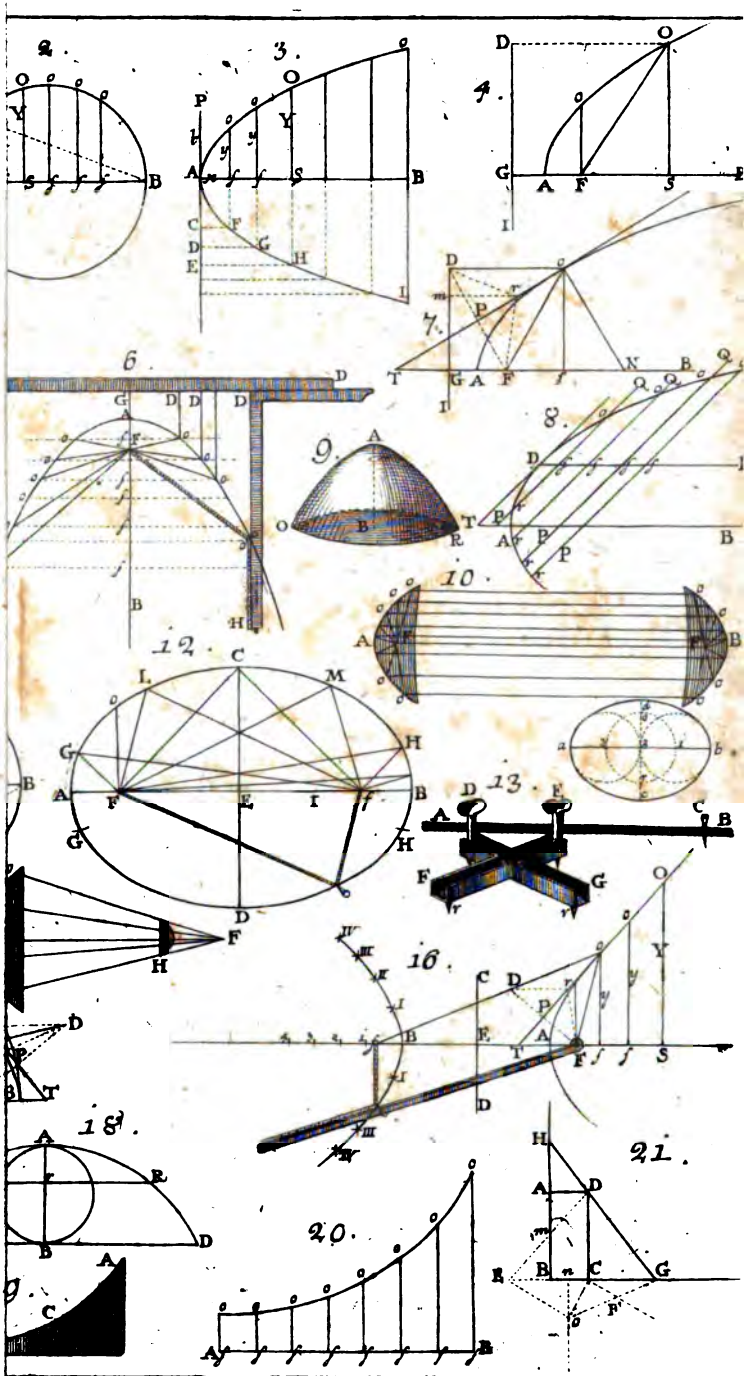
76.

77.


52.
54.
55.
56.
53.
59.
60.
61.
64.
65.
66.
67.
72.
73.
71.
70.
76.
77
78.
82.
83.
81.
C.


85.
86.
87.
88.
89.
90.
91.
92
95.
96.
97.
98
101.
102.
103.
104.
107.
108.
110.
111.
118.
114.


116.
117.
118.
119.
122.
123.
124.
125.
126.
130.
131.
132.
138.
136.
137.
138.
141.
142.
143.
146.
147.
149.


2.
3.
4.
6.
7.
8.
9.
10.
12.
13.
16.
18.
20.
21.

ARCHITECTURA CIVILIS.

Tab. I. Archit. Civ. *Principia Generalia.*

1. *Def.* 1. ARCHITECTURA docet ædificii conſtruendi partes in mente chartaque deſignare, & operarum labores ad intentum ædificii finem dirigere.

2. *Def.* 2. Perfectio ædificii conſiſtit in ejusdem (1) *Firmitate* (2) *Utilitate* ſeu commoditate (3) *Elegantia*, quatenus hæc ſingula ad propoſitum finem, incolarum conditionem, diuturnum vel brevem ædificii uſum &c. conducunt.

3. *Coroll.* 1. Spectato itaque fine ædificii, qui Architecto ante oculos perpetuo verſari debet, prima Firmitatis ratio habenda eſt; ſine qua nec utilitas, nec elegantia perſiſtet; tum utilitas, ac demum elegantia curanda.

4. *Coroll.* 2. Eſt tamen ipſa quoque firmitas ſeu ſolidita's ad propoſitum ædificii finem & diuturnitatem conſtituenda; neque tumultuario, aut paucis ſolum menſibus, vel annis ſervituro operi ea tribuenda eſt, quæ alteri, cujus uſus longævus petitur. Idem eſto de utilitate & elegantia.

5. *Def.* 3. *Eurythmia* eſt apta ad intentum finem partium qualitas, ordo, & diſpoſitio, circumſtantiis rebusque ipſis conveniens.

6. *Coroll.* Hinc alia requiritur partium qualitas, ordo & diſpoſitio in ædificio magnifico, Templo, Regio, nobili, civico, œconomico, campeſtri &c. Sic ædificio magnifico portæ, feneſtræ, ſcalæ, conclavia &c. ampla conveniunt. Eurythmiæ cauſa vult Vitruvius Jovis, Fulminis, Cœli, Solis, Lunæ ſtatuas ſub Dio conſtitui: Minervæ, Martî, Herculi ſtructuras Dorici Ordinis; Floræ, Proſerpinæ, Nymphis Ordinis Corinthii; Junoni, Dianæ, Bacchо Ordinis Jonici convenire. Pugnant cum Eurythmia profana ſacris mixta, Cœlitum icones vel ſtatuæ vanis confuſæ, & univerſim ornamenta ædificii fini non accomodata, hæc aut columnarum ſeries, ſine neceſſitate, nimiumque & ſine varietate multiplicata: Trigliphi columnis Jonicis, Denticuli Doricis &c. inſerti, cum Ordini cuivis ornamenta propria ſint, de quibus ſuo loco. Pugnat item cum Eurythmia, ſi partes ædificii ſuperiores magnitudine ſuperent humiliores, quibus tamen innituntur; ſi conclavia, ceteræve ædificii partes minus provide connexæ ſint, aut angulis & anfractibus, angustis ambulacris &c. domus laboret; ſi coronides ejusdem conclavis non ſint æquales, aut aliæ aliis prominentiores &c.

7. *Def.* 4. *Symmetria* eſt ſimilitudo, qua partes homologæ ædificii ſibi invicem eadem, heterologis vero competente proportione reſpondent.

8. *Coroll.* Hinc partes homologæ *ex. gr.* feneſtræ a domus janua in medio collocata utrinque æquidiſtantes, portæ, parietes, ornamenta &c. ſibi dextrorſum & ſiniſtrorſum reſpondentia ejusdem magnitudinis & formæ eſſe debent.

9. Scholion. *Proportio, multipla, vel ſubmultipla partibus Architecturæ conveniens, eſt in numeris parvis*, 1:1, 1:2, 1:3, 1:4 *&c. vel* 2:3, 3:4, 4:5 *&c. vel denique* 3:5, 5:7, 7:9 *&c. propterea, quod ejusmodi Rationes oculo ſtatim obvia, animum quoque magis afficiant; quod & in Muſica harmonia ſentimus, & in Corporis humani fabrica Omniſcius Architectus, in Templo vero Hierolymitano Salomon præſtitit, uti paſſim obſervant Auctores.*

10. *Def.* 5. *Aeribia* eſt membrorum in Architectura occurrentium exacta elaboratio, qua neglecta tum ædificii perfectio (§. 2.) tum ſpectatoris oculus læditur.

11. *Coroll.* Nihil itaque in ædificio præcipitandum eſt.

12. Scholion. *Templum Salomonis princeps opus eſt, quodque Architecturæ totius exemplar eſſe poſſit a* P. Villalpando *noſtro* (Explan. Viſion. Ezech.) *exhibitum, & (ut Goldmanni & Sturmii verbis utar) ſtupendo labore illuſtratum. Gracia æque ac Roma ex Templi hujus fabrica Architecturæ ſuæ ornamenta, deſumpſiſſe non immerito putatur. Ex ſcriptoribus antiquis unus ſupereſt* Vitruvius, *a* Cl. Perault *commentario illuſtratus. Multis poſt hanc ſæculis Itali e Romanis ruderibus Architecturam reſtituere adniſi ſunt, quos inter præcipui ſunt* Bramantes, Michaël Angelus, Palladius, Serlius, Scamozzius, Barozzius de Vignola, *cujus de* quinque Columnarum ordinibus *opus a* Davilerio *Gallico, & inde a* Sturmio *vernaculo noſtro ſermone datum ac commentationibus auctum in hoc Architecturæ genere præprimis commendatur.* Blondelli Cours d' Architecture *Architecturæ theſaurus a Sturmio dicitur.* Goldmannus (Vollſtändige Anweiſung zur Civil-Baukunſt) *Architecturam in Diſciplinæ formam redigere conatus eſt.* Pentheri Civil-Baukunſt *præclarus uſus eſt. In Tignaria artis principiis primas fert* Schübleri Zimmermanns-Kunſt.

13. *OBSERVATIO I.* Materies ædificii ante structuræ initium in promptu sit oportet.

14. *OB ERVATIO II.* Materies ædificii debet esse ejusmodi, quæ & ab injuriis aëris & ab incendii periculis id quam optime tueatur.

15. *Coroll.* 1. Igitur lignum & quodvis aliud incendio obnoxium, *quoad fieri*, ab ædificio abesse debent.

16. *Coroll.* 2. Muri & fornices laquearibus vel parietibus ligno vel mu[illegible]i is vel subductis præferuntur; ingens vero illa ligni copia, quæ intra ædium turriumque tecta passim reperitur, merito culpatur.

17. *OBSERVATIO III.* Materies præcipua ædificii sunt I. Lignum II. Lapides III Calx & Arena.

DE LIGNO.

18. De Lignorum in ædificiis adhiberi solitorum specie & probitate hæc compendio habe ex Vitruvii *L. II. c.* 9. Belidori *Science des Ingenieurs L. IV. c.* 1. & Penthero, *in Lexico Archit. voce* Bau-Holz, aliisque.

Quercus (Eich-Baum) etiam intra terram perdu[illegible], sub aqua vero durior redditur; ficum tamen fere perpendicularem requirit; i[illegible]horizontali enim, nisi validis fulcris sustentetur, finditur, aut proprio [illegible] omnino frangitur, idque eo magis, quo annosior est. Servit itaque poti[illegible] fulcris perpendicularibus, columnis &c. præprimis vero sublicis pontium (Bruck-Pfählen) aut Fundamenti (Grund-Pfählen). Quercus nigra seu rubra albæ præponitur.

Larix (Lerch-Baum) præ ceteris fere & universim commendanda. Durat, cariem aut vermes, putredinem vix admittit, nisi diu concluso humore & aëre suffocetur.

Pinus (Föhren, vulgo Förchen) rubra albæ præfertur; idem esto de Pinu sylvestri, (Wilde Föhren, Kiefer, Kien-Holz). Durat, & structuræ tectorum, fenestrarum crucibus, postibus &c. apprime apta est.

Picea (Fichten-Baum, Feichten) in Austria superiore, non item inferiore obvia, bonitate proximum a Pinu locum habet. Post hanc - - - -

Abies (Tanne-Holz) rubra præ alba est. Tectorum fulcris inclinatis, pavimentisque servit, quod cæteris minus ponderosum sit, longum præterea rectumque.

Alnus (Eller- vel Erle-Baum) in locis udosis & intra aquam immutata persistere, & immania pondera sustinere fertur.

19. *OBSERVATIO I.* Lignum quo siccius, eo aptius est ædificio.

20. *Coroll.* 1. Hinc ex enumeratis speciebus illæ nihilominus arbores præferendæ sunt, quæ in montibus, solo arido, petroso, arenoso; item Septentrioni potius aut Meridiei, quam Occidenti opposito, & demum in termino potius, quam medio silvæ nascuntur.

21. *Coroll.* 2. Arbores cædi debent, dum minimum succi habent, hoc est, ab Autumno ineunte usque ad dimidium Februarii, & tum etiam tempore sicco potius, quam humido. Nempe sub Autumni initium arbor inferne tantum usque ad medulam inciditur, resectis etiam, quas licet, ramis; tum succo sensim destillante, post unius alterinsve mensis spatium jam siccior multo reddita, penitus succiditur. Cæsa, cortice & alburno (Splint) velut primo vermium pabulo, resectis, loco sicco contra pluvias æque ac Solis ardorem tecto munita, neque humum contingens duobus minimum annis conservetur, antequam ædifici parti evadat, præcipue si januis, fenestris, valvis &c. utpote aëris injuriis magis expositis destinatur.

22. Scholion 1. *Ut advertas, dirime jam an recens secta arbor sit, quove solo nata, extremo arboris, olei olivarum aliquantum calefacti affunde. Quo citius magisque oleum imbiberit, eo siccius melius que, atque bono solo & tempore, nec recens sectum lignum est. Ut vero noris, an nusquam interne vitiosum sit, malleo unum ejus extremum percusi facito, alteri extremo aurem applica: sonus clarus boni; obscurus vel strepens vitiosi ligni indicium est. Ætas quoque arboris ex numero circulorum fere concentricorum, in ima arboris resecta parte apparentium, quam proxime deceri potest.*

23. Scholion. 2. *Cum vix obtineri possit, ut omne in ædificio adhibendum lignum optima specie sit, id curetur minimum, ut trabes majores, præcipue quibus aliæ, aut gravius onus innititur, proba nota, & sicca sint. Lignum enim vitiosum majus, citius perit, quam minus, majusque procul dubio ædificio & crumenæ damnum infert. Præterea lignum non bene exsiccatum nec humori (ne putrescat) nec æstuanti soli (ne findatur) objici debet.*

DE

DE LAPIDIBUS.

24. Lapides ſunt vel *Nativi*, *ſeu Foſſiles*; vel *Factitii*. Inter Nativos - -
Marmor firmiſſimam procul dubio, ædificio materiam præbet, ſed pretioſam. Idem eſt de *Alabaſtro*, quod tamen humore vitiatur.
Calcarii lapides, in ſpecie ſic dicti (Kalck-Steine) a quibus abraſus pulvis farinam imitatur, firmitate gaudent, nec humorem attrahunt. Ex his *Tophus* durior (der härtere Tuf-Stein) mortario tenaciſſime jungitur ob ſuam poroſitatem, nec murum gravem reddit.
Arenoſi lapides (Sand-Steine) humoris & ſalis nitri vim non ferunt. *Schiſti* (Schiefer-Stein) tabulæ tectis, non muris ducendis applicari poſſunt. *Ardeſia tegularis*, Dach-Schiefer dicitur.
Camenta (Bruch-Steine) informe ſaxorum genus, vel potius fragmina, adhiberi cum emolumento poſſunt (1) ſi non procul advehi debeant, (2) ſi fragmina non ſint nimis parva vel informia, ut latera difficulter jungantur, aut multum mortarii abſumant interſtitia.

25. *OBS. I.* Univerſim, boni ſunt ii lapides, qui diebus aliquot aqua merſi rurſumque extracti pondere non augentur, facile ſiccantur, nec tempore humido vel frigido ſudant: menſibus aliquot, præcipue hibernis, aëri expoſiti non diſſolvuntur; nec diſſiliunt igni injecti; nec mallei ictu in lamellas ſeparantur.

26. *Coroll.* Hinc ſilices, & alii ejusmodi, præcipue e fluviis eruti lapides, humorem facile recipientes, ſternendis ſolum areis, plateis &c. non vero muris conſtruendis conveniunt.

27. *OBS. II.* Uti lignum, ita lapides nonniſi probe exſiccati, & ante anni minimum intervallum e lapicidina eruti in ædificium aſſumantur: & ſi informes valde ſint, aliquatenus apcentur.

28. *Def.* Si lapides foſſiles majoris mollis efformati ſint in figuram Quadratam, Quaderſtein; ſi in parallelepipedam Werckſtücke appellantur.

29. *Factitii* lapides ſunt *Lateres* (Ziegel) iique vel ſolis, vel furni igne toſti; hi illis meliores, ſerviunt ducendis muris, ſternendis cavædiis, & ambulacris; tectis vero *Tegulæ* (Dach-Ziegel) & *Imbrices* (hohle Dach-Ziegel) cavis ſemicylindris ſimiles. Tegulæ & imbrices vitro obducti (glaaſierte) durabiliores.

30. *OBS. III.* Lateres & Tegulæ bonæ ſunt, ſi aëri proprimis hiberno expoſitæ non corrumpantur, aut frangantur; & malleo tentatæ altum ſonent.

DE CALCE, ARENA ET MORTARIO
(Mörtel, Mälter)

31. *OBS. I.* CALX bona, eſt candida, levis, ſonora, dum malleo tentatur; nec in pulveres recidens ſua ſponte: in extinctione valde ſtrepit; multum aquæ requirit, & copioſum fumum edit; receptaculi lateribus tenacius adhæret.

32. Scholion. *Calx extincta profunda foſſa immiſſa & ſabulo contecta multis annis conſervatur, meliorque redditur.*

33. *OBS. II.* ARENA bona eſt, ſi intra digitos confricta ſtridat, album linteum non inquinet, nec aquam, cui immittitur, nimis turbidam reddat; id enim ſignum eſt, eam a mollioribus terreis partibus ſatis liberam eſſe.

34. *Coroll.* 1. Hinc, ceteris, paribus, arena fluviatilis plerumque præferenda eſt foſſitiæ.

35. *Coroll.* 2. Arena foſſitia aëris injuriis diu expoſita eſſe non debet; ſecus nimque in partes nimium ſubtiles, mollioresque reſolvitur.

36. *OBS. III.* MORTARII compoſitio requirit debitam calcis & arenæ miſcendæ proportionem, quæ a calcis bonitate pendet. Communiter $\frac{1}{3}$ calcis, $\frac{2}{3}$ arenæ accipiuntur. In calce cum arena probe ſubigenda maximum probi mortarii momentum eſt. Ceterum mortarium bonum eſt, ſi immiſſa trullæ (Mauer-Kelle) ita adhæreſcat, ut neque nimium, neque nihil ſui relinquat, dum ex trulla demittitur. Illud nota, pro exſtruendis muris mortarium ex arena craſſiore, per cribrum tamen prius acta; pro trullizatione vero, ſive tectorio opere (Tünche) ex arena ſubtiliore componi debere.

37. *Def.* 1. Partes integrantes ædificii sunt: *Fundamentum* in imo, in medio *Murus*, *Tectum* in summo.

38 *Coroll.* Cum igitur Tectum Muris; ambo vero a Fundamento sustententur, in murorum, ac Fundamenti præprimis firmitate neque cura, neque sumptibus parcendum est.

39. *Def.* 2. *Fundamentum* Vitruvio proprie dicitur solum ipsum, cui ima muri pars, seu murus fundamentalis innititur: Murus fundamentalis vero appellatur *Substructio*.

40. *Axioma.* Substructio Fundamento solido inniti debet.

41. *Coroll.* Hinc effossa ad plurium pedum profunditatem humo, interrogatis etiam loci illius peritis, consideratis vicinarum ædium muris &c. soli constitutio investiganda est.

42. *OBS. I.* Solum est vel *I.* Saxosum seu rupeum. *II.* Siccum & firmum. *III.* Molle & cedens. *IV.* Palustre aut aquosum. *V.* in ipsa aqua.

43. I. *Saxosum vel rupeum solum* princeps est cuivis moli sustinendæ, modo ne molli humo distincta, & ampliore intervallo interrupta rupes sit; tum enim vel ejecta illa rupis parte, vel peculiari substructione succurri debet. Substructio vero ita constituenda est, ut rupi undique arctissime sit conjuncta (*Fig.* 1.) Alii *Murum Fulsum* adhibent: nempe (*Fig.* 2.) mortarium lapidibus, pugni magnitudinem æquantibus probe commiscent: in Fundamento ex commissis asseribus alveum quodammodo construunt: huic dictum mortarium, post unius alteriusve diei intervallum, quantum sat est, exsiccatum immittunt, fistucisque gravioribus consolidant. Tum muro hoc fusili probe jam siccato & consistente asseres tollunt.

44. II. *Siccum & firmum solum* dico, per quod instrumenta effodiendæ humo servientia non nisi magna vi adhibita penetrant, & retrahuntur: vel in quod impacta grandior arbor vix quidquam tremoris infert aquæ in vicino vase contentæ, aut lapillis tympano impositis.

45. III. *Molli & cedenti solo* Substructio non continue committi debet, verum craticula (Rost *Fig.* 3.) opus est, e lignis quercinis compacta, cujus areæ *m*, *m* &c. murato opere replentur, huicque fundamento Substructio demum imponitur: id tamen curando, ut lapidum junctura lignis vicinæ non mortario, ligni obstaturo, sed argilla oppleantur. Transversis trabibus AC & BD firmior redditur craticula. Quidam, in humidiore præprimis solo, eos quasi canales, quibus trabes insunt, saxis grandioribus *r*, *r*, tegunt, quo putrefacta etiam lignea craticula, ædificii firmitati consulant.

46. IV. *Palustre aut aquosum solum* craticulam, quercinis vel alneis, prius ambustis, & si lubet, oleo etiam aut resina illitis, & interne cuspide, superne annulo ferreo armatis palis (Piloten, Pfähle *Fig.* 4.) firmatam requirit. Scilicet exhausta prius aqua vel alio deducta, tum intra, tum circa craticulam fistuca adigunatur pali *o*, *o*, *o*, &c. & subinde serra ad æqualem altitudinem resecantur: palorum intervalla saxis, silicibus, carbonibus, arena &c. replentur. Crassities palorum assumitur fere 1. pedis; longitudinem vero & numerum eorundem ipsa soli qualitas & obtinenda firmitas facile definit.

47. V. *In ipsa aqua* collocando ædificio similis craticula, vel plures ejusmodi sibi superpositæ & palis firmatæ serviunt. Muratam vero in aqua substructionem facturi palos quatuor, vel si opus sit, plures defigunt, utrinque crena instructos, quibus crenis postea asseres, ad fundum pertingentes, immittunt (*Fig.* 5.) Huic cistæ sic compactæ & aquam eminenti, duorum pedum intervallo aliam circumdant, priori similem, spatiumque interjectum argilla, & lapidibus probe consolidatis replent, quo aquæ affluxus omnino prohibeatur. Spatium EG ab aqua subinde antliis, vel syphonibus exhaustum & repurgatum, ducendo muro locum satis siccum dabit. Substructio vero quoad fieri potest, ex sectis saxis, subscudibus (Klammern, Klampfen) & competente glutine (Kitte) nexis fieri debet. Alios intra aquam struendi modos affert Belidor (*Science des Ingen. L. III. c. 9.*

PRO-

48. *PROBLEMA I. Determinare profunditatem Fundamenti.*

Reſ. Inveſtigata ſoli qualitate eligatur ea (eſto duorum duntaxat vel trium pedum) profunditas, qua ſolum firmius incipit, neque putandum eſt, majorem profunditatem majus ædificio robur conciliare, præcipue ſi id amplius ſit & grave. Nam (ut de rupeo nihil dicamus) vel bonum ſiccumque ſolum eſt, vel cedens aut paluſtre? Si primum: etiam 2 vel 3 pedum profunditas cuicunque moli ſuſtinendæ par erit, ipſa eaque multiplici experientia teſte; neque contrarium ullatenus evincit ratio illa, communiter afferri ſolita, quod nempe etiam in ſicco firmoque ſolo inferiores partes, utpote magis compreſſæ, firmiores ſint: pluribus namque rationibus hæc diluitur. Si molle, cedens, aut paluſtre ſolum eſt, aliunde ſuccurri poteſt & debet; non igitur inanes ſumptus faciendi ſunt.

49. Scholion. *Patet, profundius Fundamentum conſtituendum eſſe, ſi cella ſubterranea, vinaria &c. fieri debeant.*

50. *Def.* 3. Muri ſunt vel ex coctis, vel ex foſſitiis lapidibus. Optimi procul dubio ſunt ex ſecto grandique ſaxo conſtructi, & vel mortario, vel ferreis vinculis, vel plumbo interfuſo (quod utrumque in Gothicis operibus factum videmus) coagmentati. Verum ætas hæc tantos ſumptus horret. Lateritius murus cæmentitio multo melior, excipe tamen Subſtructionem (§. 24.)

51. *OBS. II.* Ad obtinendam firmitatem, & Eurythmiam muri ad perpendiculum extruendi ſunt, ita tamen, ut in ſingulis ædium contignationibus eorundem craſſities ſeu latitudo minuatur, cumutique ſuperiores muri minus pondus quam inferiores ſuſtinere, neque inferiores noxio onere incaſſum premi debeant.

52. Scholion. *Hæc murorum imminutio fit a quibusdam in parte murorum tam interiore, quam exteriore; a nonnullis in parte tantum interiore; ab aliis denique in parte tantum exteriore. Primo & ultimo modo murorum ac proinde ædificii ſoliditati maxime conſultum videtur; neque intuentium oculos offendit paucorum digitorum decrementum, quod ſingulis contignationibus reſpondet, ſive hæc imminutio fiat ſenſim & decremento continuo* (ut in Fig. 6.) *ſive fiat gradatim*, (ut in Fig. 7.) *ſingulaque retractiones Plintho vel Corniſe* (Geſimſe) *tegantur: modus ultimus interna ædium Symmetria præterea conducit. Secundo vero modo utens adverſos muros anchoris* (Schluſſen) *vel ferreis piceatis, vel quercinis, aut oleagineis uſtulatis & a calcis arroſione* (§. 45. III.) *defenſis vincire debet. Quamquam quocunque etiam ex his modo muri elaventur, anchoris muros conjungentibus carere ædificium vix poteſt, iisque pro murorum magnitudine ſolidis.*

53. *PROBLEMA II. Determinare in pedibus & digitis murorum præcipuorum latitudinem.*

Reſ. Etſi univerſim ob diverſiſſimos ædificiorum fines certum quiddam definiri vix poſſit, hæc tamen quam proxime, a ſummo deorſum, pro diverſa contignationum altitudine proportio ex Penthero & aliis videtur ſtatuenda:

	Ex muro Lateritio				*Ex cæmentitio vel misto*			
Si altitudo contignationis unius ſit pedum	9,10,11,12		13,14,15,16		9,10,11,12		13,14,15,16	
Craſſities, ſeu Latitudo in ſuprema conceu I	*2ped.*	*0dig.*	*2ped.*	*3dig.*	*2ped.*	*3dig.*	*2ped.*	*6dig.*
in proxime inferiore, ceu II	2	3	2	6	2	7	2	10
III	2	6	3	0	3	0	3	4
NB. Et in hujus, & in ſeq. Problematis Reſolutione augenda potius, quam minuenda eſt Latitudo, præcipue in Turribus &c. IV	3	0	3	6	3	6	4	0
V	3	6	4	0	4	0	5	0

54. *PROBLEMA III. Determinare innam ſubſtructionis latitudinem.*

Reſ. Aſſumatur, quod ſuſtinendo muro lateritio 20 pedes alto par & ſecura ſubſtructio ſit, quæ 8 digitis ſuperat latitudinem muri, ſubſtructioni immediate imponendi. Hinc pro quavis muri imponendi altitudine (*ex. gr.* 60. *ped.*) definietur Subſtructionis latitudo, dicendo: 20: 8 = 60: *x* ſeu 24 digitos, quibus muri eidem imponendi latitudinem ſuperare debet latitudo imæ Subſtructionis.

55. I. Scholion. *Reſolutio hæc nititur tum experientiæ, tum Theoriæ Mechanico-Geometricæ, quam vide in* Belidor Science des Ingen. L. I. *Ceterum uti muri, ita murorum Subſtructio ſurſum in latitudine minuenda eſt, & quidem modo primo* (§. 51. 52.)

56. Scholion 2. *In ædificiis amplis, & oneroſis Subſtructio etiam interdidibus ſeu triſmatibus* A, A (Strebpfeiler) *firmatur* (Fig. 8.)

TAB.

57. *Def.* 1. *Laquear*, *Lacunar* (Decke, Ober-Boden) vel conſtat fornice, vel eſt planum.

58. *Def.* 2. *Fornix* (Tonne-Gewölbe) eſt ſegmentum Cylindri cavi, duobus duntaxat muris utrinque innixum (*Fig.* 9.) Si unum latus A ſit altero BC multo brevius, *Cornu bovis* (Ochſen-Horn, *Fig.* 10.) dicunt.

59. *Def.* 3. *Teſtudo* (Creuz-Gewölbe *Fig.* 11.) duobus fornicibus transverſim concurrentibus conſtat: quamvis Figuræ 11mæ proprio vocabulo Kloſter-, vel Walm-Gewölbe, & ſi oblongior ſit, Mulden-Gewölbe appelletur: ſi vero in medio in figuram quamlibet planam coëat, Spiegel-Gewölbe audit (*Fig.* 13.)

60. *Def.* 4. *Tholus* Keſſel- vel Kugel-Gewölbe, Kuppel) eſt hemiſphærium cavum.

61. *Def.* 5. Fornix una ſua parte cylindro AB inſiſtens (Spindel-Gewölbe) exhibetur *Fig.* 14. & 15; fornix pendens *Fig.* 16; fornix rectus (ein Flaches-Gewölbe) *Fig.* 17.

62. *Def.* 6. Arcus, ſub quo tenditur fornix, eſt vel Semicirculus (*Fig.* 18.) vel ſemicirculo minor (*Fig.* 19.) vel eſt arcus quaſi ſuperne compreſſus (ein gedruckter Bogen *Fig.* 20) vel demum componitur duobus arcubus in vertice ſibi occurrentibus, dicitur-que arcus vel *fornix Gothicus*, aut etiam *Dorſum aſini* (ein Gothiſcher Bogen, ein Eſels-Rücken, *Fig.* 21.) Sunt quoque fornices & arcus Elliptici, Parabolici &c.

63. *OBSERVATIO.* Arcus, proinde fornix ex lapidibus cuneorum formam imitantibus componitur, quorum plana verſus arcus centrum diriguntur; vel minimum omnis arcus, etiam ex coctis lateribus conſtructus velut ſimilibus cuneis conſtans ſpectari poteſt. Ab horum lapidum cuneiformium combinatione & conjunctione fornicis firmitas pendet, & ruina. Jam vero conſtat ex Mechanica, Cuneum anguli acutioris facilius diſſociare, ac dividere partes connexas, quam cuneum anguli obtuſioris; igitur & fornix acutioribus cuneis conſtans amplius premitur, premitque in ſubjectum fulcrum (Widerlage) quam fornix ex obtuſioribus cuneis compoſitus. De cunei autem angulo judicium fit ex longitudine linearum *ae* & *be* ad arcus tangentes perpendicularium, prout infra vel ſupra fulcri altitudinem concurrentium.

64. *Coroll.* Hinc fornix Gothicus, Hyperbolicus, Parabolicus minus firmum fulcrum requirunt, quam Semicircularis; hic minus firmum, quam reliqui.

65. Schölion. *Artem nativos lapides pro conſtruendis fornicibus ſecandi poſt* RR. PP. Derand & Dechales *peculiari opere complexus eſt* Deſargues, & *noviſſime* Frezier.

66. *Def.* 7. Supremus lapis *ab*, quo arcus quaſi completur, & clauditur, antonomaſtice *Cuneus*, vel etiam *Clavis*, Schluß-Stein appellatur.

67. *PROBLEMA I. Determinare probatiores Regulas pro fornicum conſtructione.*

Reſ. De Potentia, qua ſubjectum fulcrum premit fornix, deque fulcri craſſitie determinanda agit fuſe *Cel. Belidor* in opere jam ſæpe laudato *L. II.* demonſtrationibus ex Mechanica petitis Regulas ſuas muniens, & improbans communem practicam Regulam, quam pro determinanda fulcri craſſitie paſſim afferunt, nempe hanc: (*Fig.* 22.) *Arcus interior ABCD fornicis, cujusvis ſpeciei, dividatur in 3 partes in B, C. Ex C ducatur chorda CD & prolongetur, donec fiat DE = CD: erecta perpendiculares DF & HE dabunt fulcri craſſitiem.* Nam *imo*: hæc Regula certe non attingit fornicis craſſitiem, eandemque definit fulcri latitudinem, ſeu craſſities fornicis ſit *Al*, ſeu *Am* 2*do*: non ſpectat altitudinem fulcri; extra dubium tamen eſt, (*Fig.* 23.) eandem potentiam directione *ab* prementem a fulcro C ſuſtentaculum iri, fulcrum D vero, licet ejuſdem cum C craſſitiei, everſurum. Unde hæ videntur obſervandæ Regulæ:

68. I. (*Fig* 22.) Arcus, cujus amplitudo AD eſt 6 vel pauciorum pedum, in craſſitudine Dn minimum $\frac{1}{8}$ pedis eſſe debet: ſi vero amplitudo AD ſit inter 6 & 24 pedes, fiat Dn = $\frac{1}{18}$ AD. Attamen in pontium, cryptarum præſidiariarum &c. arcu-

augenda; in Gothicis, Hyperbolicis, Parabolicis minuenda aliquantum eſt.

69. II. In Fornicibus (Tonnen-Gewölbe) ſemicircularibus fulcri craſſities DH dupla eſſe debet craſſitiei fornicis D*n*, ſi ſimul fulcri altitudo DF æquetur radio GD: ſi vero altitudo fulcri ſit radii dupla, fulcrum fere 1; ſi tripla, fere 2 &c. pedibus, ſupradicta dimenſione craſſius fieri debet, niſi Gothica forma, aut materies fornicis & Fundamenti firmitas eximia ſit; tum enim etiam dimidii pedis augmentum ſufficiet: quod idem de Teſtudinibus intelligendum eſt, cum earum onus a pluribus ſimul fulcris ſuſtineatur: itemque de fulcro, quod arcus utrinque poſitos gerit, atque de ſubterraneis concamerationibus, quarum fulcra terræ aut ſaxorum ambientium mole continentur.
In arcubus ſemicirculo minoribus tantuplo fere craſſius fulcrum requiritur, quantuplo major eſt arcûs radius *rr*, quam ſemicirculi fulcro inſiſtentis radius G*s*.

70. III. Arcus vel fornices recti (*Fig.* 17.) perſtare quidem poſſunt, ſi arcus amplitudo AB ſit 6, 7, 8 pedum (unde ſuper feneſtris, portis &c. ſaxorum ſectorum loco, uſui ſunt) in majori vero arcus amplitudine lapſui certe obnoxii ſunt, niſi cunei exactiſſime ſectorum lapidum quaſi crenis quibusdam aut retinaculis *d*, *d*, *d*, inſtructi ſint.

71. IV. Si fornicis medio (in lateribus enim id inconſulto fit) vel ipſi fornicis fulcro murus, aut quodvis majus onus imponendum eſt, tam fulcrorum, quam ipſius fornicis craſſitudo augenda eſt, pro imponendi oneris diverſitate.

72. *PROBLEMA II. Fornicem conſtruere.*

Reſ. Juxta dimenſiones, quas fornix conſtituendus habere debet, fiant ex aſſeribus arcus aliquot directores (Lehr-Bögen *Fig.* 24.) & ſuper fulcris erigantur, ac firmiter colligentur, ita tamen ut iis ſubjiciantur cunei (Zwickel) qui murato fornice poſthac ſubſidente tolli poſſint. Arcubus his inter ſe non admodum diſtantibus ſuperne aſſeres affigantur, forniçis ſtruendi formam referentes: his fornix ex ſectis vel coctis lapidibus ſuperſtruatur.

73. Scholion. (*Fig.* 25.) *Fornix* A *e ferreo retinaculo* B *pendens, eadem methodo conſtrui poteſt. Fornicis lignei conſtructio patet facile ex dictis.*

74. *LACUNAR Planum, Contignatio, Tabulatum* (Dibel-Boden) componitur ex horizontali ſerie trabium oppoſitis muris innixa. Trabes hæ vel ponuntur contiguæ, vel interjecto inter ſingulas 1, 2, vel 3 pedum intervallo, prout onus lacunari fortaſſe imponendum, ipſa item trabium longitudo & ſoliditas major minorve fuerit.

75. *OBS. I.* Si ob lacunaris latitudinem longitudo tignorum extraordinaria requiratur, tigna in medio vel ex ferrea anchora ſuſpendi, vel duplicari, vel fulcris a latere applicatis juvari debent.

76. *OBS. II.* Si trabes quadratæ non ſint, ſecundum altius latus erectæ (auf der hohen Kante) collocentur.

77. *OBS III.* Ne ea tignorum pars, quæ muro committitur, præmature putreſcat, amburi vel axungia obliniri debet, vel limo cincta a calce defendi.

78. *OBS. IV.* Trabibus contigue poſitis tectorium, interjectis tamen arundinibus, immediate ſuperinduci poteſt; non contiguæ vero trabes prius aſſeribus contegi (Verſchallet) & tum demum trulliſatio peragi ſolet.

79. *OBS. V.* Area lacunaris figuris variis, gypſato opere (Stuccatur-Arbeit) ornatur, vel etiam picturis in udo inductis (Freſco-Mahlerey).

80. *OBS. VI.* Qua Lacunar a muro vel pariete abit, Coronis (Geſimſe) & quandoque ſupra hanc concavitas, fornicem æmulans, formatur.

81. *OBS. VII.* Lacunaria cubilium, quæ hieme caleſiunt, ſuperne congeſtitio rudere (Schutte, Zerworffenen Eſtrich) contegi ſolent ad calorem amplius fovendum: tum aſſeribus ſtrata, pavimentum dant ſuperioris contignationis conclavibus.

82. I. Cavendum, ne lapides foſſitii, qui coagmentandæ interiori parti muri fortaſſe adhibentur, nimis parvi, molles, ab adhærente terra non repurgati, aut recens e lapicidina ſruti, nimiumque anguloſi ſint. Attendendum hic etiam quam maxime muratiis: uti etiam, an cavitates inter majores ejuſmodi irregulares lapides interceptas lapidibus minoribus, mortario probe conjunctis, expleant: an parietem juxta horizontalem æque ac perpendicularem directionem perducant, mortarioque non nimis ſicco, aut ex adverſo non nimis fluido utantur.

83. II. Tum cocti, tum ſecti lapides ita ſibi imponendi ſunt, ut inferioris ſeriei junctura *r*, *r*, *r*, a ſuperiore ſerie tegantur (*Fig.* 26.)

84. III. Tum cocti, tum nativi lapides humectandi ſunt, antequam mortario copulentur; quod eo amplius curandum eſt, dum muro veteri novus jungitur; quo caſu etiam ex veteri muro quaſi dentes quidam prominere debent (Verzahnen) quibus recentis muri lapides innectantur.

85. IV. Non ſolum ſubſtructionis, ſed quorumvis murorum firmitati multum conſulitur, ſi eorum ambitus ad Libellam, veluti per ſtrata eaque ex eodem lapidum genere compoſita, undique æquabiliter aſſurgat, neque una eorum pars in altum educatur, altera in imo relicta. Æquabilis hæc murorum elevatio efficiet, ut etiam æquabiliter ſubſidant, rimiſque non facile pateant.

86. V. Anguli murorum firmiſſime conſtruendi ſunt, quod in eos amborum murorum preſſio agat. Unde in his maxime ſectorum lapidum & anchorarum uſus eſt. Cava etiam ædificiorum, ut ſunt portæ, feneſtræ &c. ab angulis, qua licet, removenda ſunt.

87. VI. Meridiem verſus, qua & Solis æſtui, & humori Auſtri pluviiſque maxime obnoxium eſt ædificium, muri etiam præcipua cura ſtruendi ſunt; inde enim plerumque ædes primam ruinam minantur.

88. VII. Solidum ſolido, cavum cavo in ſtructuris reſpondeat, id eſt, muri, pilæ, columnæ &c. non januis, feneſtris, aliiſque aperturis, ſed muro ſolido inſiſtant: cava vero cavis, id eſt, feneſtræ, januæ &c. ſuperiorum contignationum, feneſtris, januis &c. inferiorum innitantur. Muri quoque inter duarum contignationum cava intermedii (præterquam quod dimidiam duntaxat murorum ſolidorum ſeu pilarum (Pfeiler) craſſitudinem habere debeant) ſubleventur interpoſito ſuper apertura fornice, vel ducta anchora, ſaxove grandiore duroque ſuppoſito, quod ſuperliminare (Sturz) dicunt; vel tota apertura ſaxo ſecto incluſa.

89. VIII. Muri tum in-tum exterius incruſtari (tectorio induci, trulliſari, Bertünchen) debent: exterius quidem ſubtiliore mortario (excipe tamen, ſi quæ forte primi terram eminentis muri vel alia ædificii pars ſtudioſe ſecto ſaxo, ad modum Operis Ruſtici veterum facta ſit, vel etiam ad ejus imitationem ex craſſiore mortario formata) interius vero gypſo, deinceps demum dealbandi. De trulliſatione hac obſerva. I. Tectorium non eſt inducendum, niſi muro plene exſiccato; alioqui hoc, utpote aperto aëri expoſitum, citiuſque, quam interiora muri ſiccatum, rimas aget & avelletur. II. Tectorium non ſimul totum, ſed, ut loquitur Vitruvius, per diverſa coria inducendum eſt, ita nimirum ut ſtrato uno jam inducto & ficcato ſuperinducatur ſecundum, huic tertium & demum Gypſum, poſtea naviter poliendum. III. Calx tectorio ſervitura multo ante tempore macerata, & bene lenta ac glutinoſa eſſe debet. Proſunt etiam bovini pili calci admixti. IV. Si paries ligneus (Holz-Wand, Rigel-Wand) trulliſandus eſt, lignum prius luto obducendum, tum cannis arundineis veſtiendum eſt, & demum trulliſatio dicto ſupra modo peragenda.

90. IX. Et ædificii firmitati & incolarum ſecuritati atque incendii periculo conſulitur, ſi infimæ contignationis lacunaria, culina &c. arcuata (Gewölbet) ſint.

91. X. Intergeria, ſeu parietes intergerini (Scheide-Mauer) pro diverſa ſua altitudine, partis, quam ab alia in ædificio diſtinguunt, ſine, atque oneris incumbentis ratione majorem minoremve ſoliditatem requirunt. Si intergeria fiant lignea (Scheide-Wände) præprimis curandum eſt, ut lignum plene ſiccum adhibeatur; tum etiam ne a vicina forſan fornace flammæ concipiendæ occaſio præbeatur.

92. *I. OBS.* Tectum nec æquo gravius sit, ne inferiora opera nimium premat: nec justo levius, cum finis tecti etiam sit, ut conveniente onere subjectæ structuræ partes obliget. Tecti porro pressio æqualis undique sit oportet.

93. *II.* Interior tecti amplitudo semper ædificii fini accommodata, nunquam nimis angusta sit, neque tignorum copia ultra necessitatem repleta, tum ad sumptus, tum ad incendia evitanda.

94. *III.* Sit justæ & æquabilis declivitatis, ut nives pluviasque undique facile demittat, neque tamen nimia altitudine sustinendæ turbinum vi impar reddatur.

95. *IV.* Qua muris inferne insistit, pro diversa ædificii altitudine plus minusve (cubiti fere latitudine) ultra eos promineat.

96. *V.* Tecto subducuntur *Compluvia* (Dach-Rinnen) vel lignea vel metallica, quæ collectum stillicidium subinde ad aliquot a muris pedum intervallum ejiciant. Fit id quoque ope aliorum canalium, varie formatorum, compluviis ad angulum rectum insertorum; vel melius ope tuborum laminearum ipsis muris a summo deorsum contigue-applicatorum, per quos, in imo aliquantum a muro reflexos, aqua in subjectum latius cavumque saxum devolvatur. In ædificiis nobilibus compluvia intra Simam (Rinn-Leiste) veluti supremam Coronidis, qua muri coronantur, partem; ubi vero, qua licet, occultari vel ad Eurythmiæ leges convenienter disponi solent.

97. *Deff.* Tectum ex una solum parte declive dicitur Vitruvio *Deliciatum*, quibusdam *plutei*, ein Taschen- vel Pult-Dach; utrinque declive, *displuviatum*, vel *pectinatum*, Sattel- vel Giebel-Dach; ex omnibus 4 partibus versus fastigium (Först, AB, *Fig.* 27.) concurrentibus declive, *testudinatum*, Zelt-Balm- vel Holländisch-Dach. Sunt quoque in ædificiis nobilibus, turribus &c. tecta hemisphærica, pyramidalia, diversimode arcuata.

98. *Deff. Teutonicum vetus* tectum altitudinem latitudini æqualem habet (*Fig.* 28.) *Teutonicum novum* in fastigio A facit angulum rectum, adeoque in semicirculo existit, habetque altitudinem $= \frac{1}{2}$ Latdni (*Fig.* 29.) *Gallicum vetus* est △ æquilaterum (*Fig.* 30.) *Gallicum novum* seu interruptum (ein gebrochenes Dach) semicirculum quadrifariam vel potius in 6 partes sectus definit (*Fig.* 31 & 34.) *Italici* altitudo $= \frac{1}{4}$ latitudinis fere (*Fig.* 32.) Demum sat nota sunt tecta superne plana, seu ambulacra subdialia, Altanen.

99. Interior tecti contignatio (Dachstuhl) tignorumque varie connexorum nomina exhibentur *Figg.* præcipue 33 & 34.

100. Schol. 1. *Tecto Teutonico novo procul dubio postponendum est vetus, itemque Gallicum vetus per* §§. 92, 93, 94, *quin & Gallicum novum, in quo faciendi in ligna sumptus & incendii pericula facile superant illud commodum, quod inferior ejusmodi tecti pars habitationi aptari possit.*

101. Schol. 2. *Tectum testudinatum præferendum est pectinato, tum ob decorem, tum ob majorem firmitatem, a 4 mutuo partibus conciliatam, ipsosque etiam sumptus minores, minusque, interjecto nempe intervallo, a vicina domus flammis periculum. Plutei minima firmitatis est. Columina perpendicularia tectum firmius, quam inclinata; hæc tamen plus spatii præbent. Tecta majora interpositis muris (Feuer-Mauer) adversus flammarum vim præmuniuntur.*

102. *Def. Frontispicia (Frontons)* sunt species tecti Italici, in quibus altitudo ad latitudinem esse debet ut 1: 4. vel 2: 9. Applicantur partibus murorum vel intro recedentibus, vel foras porrectis, fenestris, januis &c. *Vid. Fig.* 62. Frontispicii angulis quandoque *acroteria* (Bilder-Stühle) cum statuis imponuntur.

103. Exterior tecti materies arundinea, straminea, aut e scandulis constans, etsi usum suum habeat, qua tamen potest, vitanda est ob incendia. Tectum metallicum sumptuosum est, & plumbeum quidem præterea onerosum, & in incendio liquatum, ædibus hominibusque funestum: Laminas ferreas stanno obductas (Eisen-Blech) tectum declivius, vel inductus color oleosus a rubigine tuetur: Laminæ æneæ ævum perdurant. Ardesia facile frangitur; tegulæ imbricatæ seu imbrices boni, sed graves sunt; hamatæ, leviores passimque in usu (Hohl-Kehl-Först-Schluß-Ziegel.)

104. *OBS. I.* Locus constituendi ædificii puro aëre sit, tum ad incolarum valetudinem, tum ad rerum servandarum integritatem tuendam.

105. *Coroll.* 1. Hinc loca elevatiora, minus nebulosa, plagas temperatas respicientia, a paludibus remota, eligenda sunt.

106. *Coroll.* 2. Urbes & oppida solum frumenti, aquæ, ligni fecax habeant, & si liceat, fluviine etiam navigabili non destitutum.

107. Scholion. *Bona & sufficientis aqua (etiam in culinam, pistrinam &c. fortasse deducenda) cura in ædificio quovis inter primas esto. Examen aquæ multiplex est: tentetur coctione, aut leni evaporatione, bona parum vel nihil sedimenti in fundo vasis relinquet: pisa bene coquet &c.*

108. *OBS. II.* Lux cuivis ædificii parti competens esto.

109. *Coroll.* 1. Igitur porticus altiores, fenestris lucem intercipientes, ædibus præstruendæ non sunt: cavenda item loca aliis, præcipue altis ædificiis cincta.

110. *Coroll.* 2. Nec conclavia inductis atris coloribus, lucem absorbentibus, obscuranda sunt; nisi alioqui lumen abundet.

111. *Coroll.* 3. Frons ædium Meridiem spectet, vel viam publicam; posticis vero ædificii partibus interjecta una vel plures subdiales aræ lucem aperiant. Scalis præcipue & culinæ lux ne desit.

112. *Coroll.* 4. FENESTRÆ Quadrangulæ præferendæ sunt æque altis & latis cujusvis alterius figuræ. Excipe Templa, oecos (Säle) aliasque magnificas structuras, in quibus fenestræ alioqui amplæ, arcus varioisque ornatus recipiunt.

113. *Coroll.* 5. Ea fere sit Fenestræ altitudo, ut in medio conclavis consistens cœlum videas; latitudo altitudinis dimidia (vel etiam 2 : 3, vel 1 : 3) semper tamen tanta, ut duobus facile sit per eam prospectus. Ceterum fenestras conclavium januis, *Mœnianæ* vero fenestram (Balcon, Fenster M, *Fig.* 62.) portæ domus æqualem Eurythmia commendat. Subterraneorum cellarum (*Abajours*) G, H, I, L, & fenestræ dimidiatæ (*Meyanges*) F, F, latitudinem ceterarum domus fenestrarum servant; altitudinem vero latitudini æqualem, plerumque minorem nanciscuntur. Idem est de Oculis Bovinis seu circularibus, seu Ellipticis, si infra tectum muro; si vero ipsi tecto inferantur (P, P) uti ceteræ tecti fenestræ (Dach- vel Kap-Fenster / *Lucarnes*) non solo lumine, sed tota sua latitudine rr, aliarum fenestrarum latitudinem æquant, altitudinem autem duplam habent (Penth. P. II. §. 693. seqq.)

114. *Coroll.* 6. Muri laterales cum fenestris (nisi per se amplis) sub angulo obtuso concurrant, ut eo minus lucis intercipiant. Eandem ob causam vitra majora, minus plumbi requirentia, eligantur. *Conf.* §. 88.

115. Scholion. *Firmitatis ratio postulat, ut murus inter duas fenestras medius* (Schafft, Pfeiler) *minimum* A; *si fenestræ amplæ sint*, 5, 6, 7 *pedes æquet: commoditas id præterea, ut fenestræ elevatio* (Das fenster-Bänckleín) 3 *pedes non superet, & pro faciliore aquæ defluxu aliquantum declivis superne formetur.*

116. *OBS. III.* Forma, sive figura ædificii commoda, finique intento apta sit.

117. *Coroll.* Hinc Figura Circularis; multitudinis capacissima, Templis (quanquam iis etiam oblonga Rectangula, qualis est Templi nostri Academici, conveniat) & Amphitheatris, his etiam Elliptica; Semicirculatis sedi Spectatorum in Theatris; Polygona munitis oppidis, hortensibus aut venatoriis ædiculis, turribus &c. propria quidem est, nequaquam tamen consuetis habitaculis tribuenda ob difficilem tum lucis, tum conclavium distributionem. Triangularem vero Figuram utraque Architectura respuit. Restat itaque una Figura Quadrangula, & inter has præcipua Quadrata, tum Rectangula, cujus latitudo ad Longitudinem justam sationem habeat, nempe 2 : 3, 3 : 4, 3 : 5, 4 : 5. Eadem intellige de Figura conclavium, e quibus minimum præcipua, Rectangula sint oportet, etsi ædificium ipsum obliquangulum habere fortasse cogaris.

118. *OBS. IV.* Dispositio singularum partium ædificii commoda, incolarum conditioni, numero, negotiis, opificio &c. ipsiusque ædificii & cujusvis partis fini accommodata sit.

119. *Coroll.* 1. Hinc conclave quodvis conſtituendum eſt loco, rebus ibidem ſervandis vel agendis apto. Sic cubile, muſeum, & bibliotheca a turbis ac ſtrepitu remota, Orienti vel Septentrioni, non humido Auſtro obverſa ſint. Granaria quoque & cellæ vinariæ a ſole meridiano averſa dictas plagas; olearia ex adverſo Meridiem aſpiciant. In Nobilium ædibus infima contignatio famulitio, culinis, cellis penuariis, ſtabulis &c. deſtinetur; proxime ſuperior (*Bel-Etage*) illuſtris poſſeſſoris habitationi. Multum huc facit, ut conclavia, quorum uſus connexus eſt, inter ſe communicent, *ex. gr.* conſervatorium ligni, trielinium, coquina, diſpenſa, piſtrina: cubile, Bibliotheca & Muſeum: in publicis Magiſtratuum ædibus conclavia in eodem officio vel negotio laborantium &c. &c. De urbium conſtitutione, oppidorum item & pagorum diſſeretur.

120. *Coroll.* 2. Contignatio eadem in eodem ſit plano. Altitudo contignationis minima in lumine, ut ajunt (im Liechte) eſt 9 pedum; paſſim uſitata 12; in Nobilium domibus etiam 16 & ampliùs pedum. Juſto enim major altitudo calefactioni obeſt; juſto minor, valetudini. Oecorum uti figura, ita dimenſiones ceteræ variæ ſunt, neque raro eorum altitudo duabus contignationibus continetur.

121. *OBS. V.* JANUÆ commodum tranſitum aperiant.

122. *Coroll.* 1. Sint igitur figuræ Parallelogrammæ Rectangulæ: altitudine minima 7 (ſuperante] nempe juſtam viri altitudinem) maxima 10 pedum; latitudine altitudinis dimidia (§. 113.) Porta domus, utpote oneribus &c. inferendis ſerviens, conclavium januis major fiat (§. 5.) Portæ illuſtris ædificii ſuperne arcuanda, in imo lapidibus terminis (Radeſtäßer) munienda, curruum ingreſſui minimum 8 pedum latitudinem, ſub dupla altitudine, concedant, niſi *ex. gr.* ob plateæ anguſtias latiorem aditum currus requirant.

123. *Coroll.* 2. Conclave duas januas habeat, hæque adjacentium conclavium januis recta ſerie reſpondeant. Limine inferiore, pedum offendiculo, careant.

124. *Coroll.* 3. Januæ $3\frac{1}{2}$ pede latiores duabus valvis claudantur, gedoppelte Thür-Flügel.

125. *OBS. VI* SCALÆ commodum & ſecurum aſcenſum præbeant.

126. *Coroll.* 1. Hinc graduum altitudo non ſit minor 5, nec major 8 digitis; latitudo 1 pedem ſuperet; longitudo minimum 3, in nobilium ædibus 7, 8, 9 pedes æquet. Ex quo ſimul apparet, quomodo ſpatium ſcalæ tribuendum & numerus graduum (tota nempe Scalæ conſtituendæ altitudine per digitos uni gradui competentes diviſa) inveniatur.

127. *Coroll.* 2. Scala primaria, ædes intrantium conſpectui offeratur, & ab imo ad ſupremam contignationem continuetur. ita tamen ut graduum ſeriebus majora plana Rectangula (Ruhe-Plätze) interponantur, aſcendentibus quieſcendi ſpatium, delabentibus ſubſidium allaturæ (Conf. §. 111.) Clathris, alliſve etiam retinaculis aſcenſus & deſcenſus juvatur.

128. *Coroll.* 3. Scalæ primariæ Rectilineæ ſint; ceteræ, item occultæ Cochlidia (*Fig.* 15.) eſſe poſſunt.

129. Scholion. *Scala Lapidea fiant, minimum primaria, præcipue ob periculum in caſu incendii. Subdialium gradus aliquantum declives ſint ad promovendum pluviæ defluxum.*

130. *OBS. VII.* FORNACIS & CAMINI eſt frigus arcere abſque fumo, & ligni diſpendio.

131. *Coroll.* 1. Ligno parſurus fornacem camino præeligat: neque hunc tamen neque illam feneſtris interponat, aut directe opponat.

132. *Coroll.* 2. In caminis proportio latitudinis ad altitudinem ſit, in parvis quidem conclavibus 3: 3, in magnis 4: 3, 5: 4. in Oecis 7: 5. Profunditas vero 2 pedum. Concavitas Parabolica, lamina ferrea veſtita, optima eſt. *V. Daviler Tab.* 61-66.

133. *Coroll.* 3. Fornacem inter & parietem atque pavimentum ſit intervallum. Fornaces, quæ intra cubile calefiunt (unde & Camini) plus valetudini commodant. Neque diſplicet canalis per fornacis baſim ductus cum aëre externo & conclavis communicans.

134. *OBS. VIII.* FUMARIA (Rauchfänge, Schornſteine) fumum facile admittant & dimittant.

135. *Coroll.* Eorum cavitatis latitudo ſit inter 15 & 20 dig. Idem uni, non 3 vel 4 ſimul focis ſerviat. Intra tectum concurrere poſſunt; modo deinceps eorum apex ultra ſui & vicinorum tectorum faſtigia emineat. Laterna & varii canales contra ventum fiunt.

136. *Loca ſecreta*, in ædificii angulos rejicienda, ſuperne ſpiracula complura, inferne fluentem, vel pluvialem eo derivatam aquam, qua licet, habeant, & arcta obturacula.

137. *Def.* 1. *Columna* est fulcrum perpendiculariter erectum rotundum; Pila quadrangula vel polygonum. Si pars earum muro immersa sit, columna vel pila *parietina* cognominatur, Wand-Saule, Wand-Pfeiler, *anta*. Pila arcum sustentans, dicitur *parastata*.

138. Schol. *Qua de Columnis deinceps dicentur, de Pilarum quoque rectilineis membris intellige.*

139. *OBS. I.* Crassitudo columnæ oneri ferendo accommodari debet (§. 54.)

140. *OBS. II.* Inferiores partes crassiores esse debent superioribus (§. 51.)

141. *OBS. III.* Omnia & singula membra Columnam componentia aptam inter se proportionem habere debent, pro qua determinanda Architecti tum VV. tum RR. velut communem mensuram assumpsere, aliqui quidem Diametrum columnæ, plerique Semidiametrum, quæ tamen (ob Columnæ, ut dicetur diminutionem) in ima ejus parte accipi debet. Semidiameter *MODULUS* appellatur; & jam in 12, jam in 18 partes divisus sumitur.

142. *Def.* 2. Columna tota partibus 3, harumque quævis 3 aliis constat. Est nempe (Tab. IV.)

III. TRABEATIO, das Gebälke, *GK.*	3. *Coronis*, der Kranz, *iK.*	
	2. *Zophorus*, der Borten, Friese, *hi.*	
	1. *Epistylium*, seu *Architrabs*, der Unterbalken, *Gh.*	
II. COLUMNA, die Saule, *DG.*	3. *Capitulum*, der Knauf, das Capitæl, *fG.*	
	2. *Truncus* seu *Scapus*, der Stamm, Schaft, *ef.*	
	1. *Basis* seu *Pes*, der Saulenfuß, *De.*	
I. STYLOBATA, der Saulenstuhl, Piedestal, *AD.*	3. *Coronis*, vel *Coronix*, der Deckel, *cD.*	
	2. *Truncus*, der Würfel, *bc.*	
	1. *Basis* seu *Pes Stylobata*, der fuß des Saulenstuls, *Ab.*	

143. Scholion. *Partes hæ Columnæ essentiales dici quidem solent; attamen non raro, in Frontispiciorum præsertim ornatu, collocantur columnæ Stylobatis carentes: & vicissim non minus raro Stylobata Columnarum loco statuas &c. ferunt.*

144. *Def.* 3. Partes nunc dictæ componuntur e diversis *MEMBRIS* (Glieder) quorum alia sunt *plana*, alia *convexa*, alia *concava*, alia *concavo-convexa*. *Figg. Tab. III.*

PLANA differunt magnitudine, & Loco, quem in Columna occupant.

CONVEXA:
- *Regula*, 1 vel 2 p. Riemlein
- *Tænia*, 3 ad 6 p. Band.
- *Corona*, Kranz-Leisten, L.
- *Astragalus*, Stab, B.
- *Torus*, Pfuhl, *Superior* C. *inf.* seu *maj.* D
- *Echinus*, Wulst, Kropfleiste, F

CONCAVA:
- *Trochilus*, *Scotia*, Einziehung, E
- *Cymatium Doricum*, Hohlleiste, Hohl-Kehle. G.
- *Apophyge*: *Superior*, der Ablauf; *Inferior*, der Aulauf. } *Fig.* 35.

Supercilium, überschlage, terminat Coronides, Capitulum, Epistylium, Zophorum.

Fascia, Streifen, est membrum epistylii

Abacus, die Platte, in Capitulo

Hypotrachelium, der Halß, in Capit. & Stylobata

Limbus, Saum: *superior* seu *cincta*, *infer.* Untersaum. } in Scapo.

Plinthus, die Tafel.

Quadra, Grund-Stein, imum Stylobatæ membrum.

CONCAVO-CONVEXA:
- *Cymatium Lesbium*, Kehlleiste, rectum vel *inversum* H.
- *Sima*, Rinnleiste, recta, vel inversa. Sturzrinne, I.

145. *Def.* 4. *Annulus* dicitur Astragalus circularis, cinctæ imposticus: quanquam & alias astragali, quin & regulæ circulares, annuli appellentur, Rinken.

146. *Def.* 5. *Ecphora*, Aus-Lauf, est dimidia membri longitudo, seu distantia, qua extremitas membri a Columnæ axe distat.

147. *Def.* 6. *Projectura* vel *Projectio*, Vorsprung, anwachsung, Vorstechung, est excessus longitudinis, qua unum membrum aliud, vel ejusdem membri pars alteram excedit. Projectura, membri altitudinem ne superet, excepta projectura Coronæ. 148.

148. *PROBLEMA I. Delineare Trochilum* E.
Reſ. Si projectura $= \frac{1}{3}$, ſuper $\frac{1}{3}$ erige □ *ae*; ſuper $\frac{2}{3}$ vero □ *bd*. Tum ex *e* & *d* deſcribe arcus ſibi occurrentes. Si projectura $= \frac{1}{4}$, ſuper $\frac{1}{4}$ fac □ *ac* &c.

149. *PROBL. II. Delineare Cymatium Lesbium* H, *& Simam* I.
Reſ. Biſeca ductam cæcam *tr* (in Sima *rn*), & fac 2 △△ æquilatera *rso* & *tsn*, ex quorum verticibus deſcribes arcus ſibi occurrentes.

150. Scholion. *Reliquorum membrorum deſcriptio perficitur arcubus circularibus, quorum centrum in praxi ex ipſa Membri altitudine & Projectura facile determinatur, ut ex Figg. patet.*

151. *OBS. IV.* In Membrorum horum diſpoſitione proportio & variatio oculum delectet.

152. *Corall.* 1. Hinc ſemper membrorum horum majus aliquod in quavis Columnæ parte adeſſe debet, cui minora veluti famulentur: ut Corona in coronide, Faſciæ in epiſtylio &c.

153. *Corall.* 2. Altitudo quoque Membrorum variare debet. Sic membrum minus, quod majori tegendo & quaſi coronando ſervit, ſubjecti majoris altitudinem ad ſummum ſubduplam, minimum ſubtriplam habeat: Regula Aſtragalo, hic Echino impoſitus, infrapoſiti partem ſubquadruplam æquare, non tamen ſubtriplam ſuperare debet &c. quæ amplius ex Ordinum expoſitione patebunt.

154. *Def.* 7. ORNAMENTA ipſorum Membrorum alia ſunt *ſignificativa*, alia *arbitraria*. *Significativa* ipſius ædificii finem, veluti ſymbola, indicant, uti ſi templum Cherubinis, Figuris e Veteri Novoque Teſtamento petitis, aut Religionis, aliarumve Virtutum ſymbolis: Aula Academica Scientiarum artiumque ſignis aut inſtrumentis: Regia Coronarum, Laurorum, Sceptrorum ſe decuſſantium &c. imaginibus: Armamentarium armis, ſcutis, trophæis, machinis bellicis decoretur: quibus iisdem ſignis & rerum ab eo geſtarum, ac expugnatarum urbium typis, Herois cujuſpiam palatium exornari poterit. Ejuſmodi tamen majora ornamenta velut proprium ceteriſque ampliorem Columnæ locum, Zophorum ſibi vendicant. *Arbitraria* ornamenta ſunt *Flores*, *Folia*, *Ova*, *Encarpi* (Frucht-Schnüre, *feſtons*) aliaque, quorum quædam Antiquis uſitata, membriſque ſingulis propria exhibentur *Tab. IV. Figg. B, C, D, E* (chalcographi errore inverſa) *F, G, H, I, L.*

155. *OBS. V.* Ornamenta hæc cum delectu adhibenda ſunt, & loco, parteque conveniente.

156. *Corall.* 1. Hinc membra, quorum amœna ſimplicitas aptuſque cum aliis nexus præ omni ornatu eſt, quæque aliis diſtinguendis ſerviunt, ut ſunt minora membra plana, vix ornantur, niſi in Templorum aris, in quibus omnia membra, exceptis tamen Regul.., decorari poſſunt. *Conf.* §. 173.

157. *Corall.* 2. In membris minoribus & concavis ornamenta fiunt prominentia (*Reliefs*) plus minuſve, prout major, minorve fuerit membri magnitudo, & diſtantia ab oculo ſpectatoris: in majoribus vero & convexis aut concavo-convexis ornamenta a membri ſuperficie introrſum exſculpuntur, ne eorum craſſities nimium augeatur: Zophorus ſculpturam ſimam (hohl erhobene Arbeit) requirit.

158. *OBS. VI.* Neque membra, neque ornamenta nimium multiplicanda ſunt, ne ornatuum profuſio & confuſio pulchrum illud & delectæ proportionis gratiam tollat. *2do*: Neque membra neque ornamenta ſimilia, aut omnino æqualia, ſibi immediate ſuccedant, ſed dirimantur diſſimilibus, rotunda nempe membra per plana, majora per minora. Duobus membris ornatis unum non ornatum interponatur, aut ſi duo ornata ſibi contigua ſint, ornamenta ſaltem differant. *3tio*: Univerſim curandum, ne una *ex. gr.* Frontiſpicii pars membrorum ornatu abundet, altera egeat.

159. *Def.* 8. *Fig.* 37 exhibetur *Voluta Ionica*, limacem vel Cornu Ammonis referens; in cujus medio poſitus circulus AB *Oculus Voluta* dicitur.

160. *PROBL. III. Ducere Volutam Ionicam methodo Goldmanniana.*
Reſ. Tota Volutæ altitudo ſit 16 partium Moduli, ita ut duæ ejuſmodi partes Oculo AB tribuantur; 8 vero ſint ſupra, 6 infra Oculum. *2do*: Biſecentur ſemidiametri CA & CB in 1 & 4. *3tio*. Super linea 1, 4, erigatur □ 1, 2, 3, 4. *4to*. Ducantur C, 2 & C, 3. *5to*: Dividatur latus 1, 4, in 6 partes æquales in punctis 5, 9, 12, 8, fiantque rurſum alia 2 □□, 5, 6, 7, 8, & 9, 10, 11, 12. *6to*. Conſtructo ſic Fundamento ex puncto 1, radio 1, D, ducatur Quadrans D, 1; ex 2, radio 2, 1, Quadrans 1, 2; ex 3 radio 3, 2 &c. *Pro interioris Voluta Fundamento* fiat 1*mo*. DE $= \frac{1}{8}$ AB, itemque ſemilatus Quadrati interni punctati maximi $= \frac{1}{8}$ C, 1. *2do*. Latus hoc interni □ inventum rurſum (uti ante latus Quadrati externi) dividatur in 6 partes æquales, ſuperque iis erigantur Quadrata, ceteraque, ut cum Quadratis externis, peragantur.

161. *Def.* 1. Ordo Architectonicus dicitur fulcrum ex Stylobata, Columna, & Trabeatione, apta, variantequè proportione constitutis, compositum.

162. *Def.* 2. Ordines Architectonici a diversa membrorum *TAB. VIII.* enumeratorum constitutione, nexu, & dimensione, diversi habentur.

163. Schol. *Olim tres*, Doricus *nempe*, Ionicus & Corinthius (*e Templo Salomonis forte desumptus*) *numerabantur in Græcia*; *Roma illius victrix & æmula duos addidit*, *alterum* Thuscanum *dictum*, *Dorico humiliorem*; *ex Jonico & Corinthio* compositum *alterum*, *attamen Corinthio etiam inferiorem*, *qui inde* Compositus, *vel* Romanus *appellatur*. *Pulcherrimam hanc architectandi rationem*, *Gothorum barbaries interruptam e veteribus ruinis*, *Deorum fanis*, *Augustorum Coloss*is, *porticibus &c. vix tribus abhinc sæculis restituerunt*. 4. 12 *citati Auctores*; *e quibus tamen* Barozzium de Vignola *præ ceteris ducem sequemur*.

164. *OBS. I.* Moduli, proinde quarumvis partium quantitas, ab Ordinis totius altitudine pendet.

165. Reg. I. Vignolæ, omnibus ordinibus communis: *Data altitudo*, *quam Ordo totus habere debet*, *dividatur in* 19 *partes æquales* (Figg. Tab. IV.) *& ex his* 19 *partibus*, 4 *Stylobatæ*, 12 *Columnæ*, 3 *Trabeationi dentur*. *Si Columnæ Stylobatam dare non queat*, *tota altitudo dividatur in* 5 *partes æquales*, *quarum* 4 *Columnæ*, *unam Trabeatio nanciscatur*.

166. Reg. II. *Columna* Tuscа 14; Dorica 16; Jonica 18; Corinthia & Composita 20 *Modulos alta est*. *ut adeo Ordines sensim uti ornatiores*, *ita & graciliores fiant*; *eòque hanc etiam causam Modulus Ordinis Tusci & Dorici in* 12; *reliquorum vero Ordinum in* 18 *partes subdividitur*.

167. *Coroll.* Data itaque Ordinis altitudine reperitur Modulus, si inventa (per Reg I.) Columnæ altitudo in 14 pro Tusco, in 16 pro Dorico, in 18 &c. partes æquales. nempe Modulos dividatur.

168. *Def.* 3. Ordinum notæ Characteristicæ sunt: Thusci simplicitas: Dorici Triglyphus cum guttis: Jonici Voluta: Corinthii, Capitulum foliis, aliaque membra magnifice ornata: Compositi, Voluta ex Jonico, & Capitulum cum foliis Corinthii Ordinis.

169. *Coroll.* Hinc etsi absint Columnæ, si quæ tamen harum characteristicarum in structura quapiam compareat, illius Ordinis, cujus adest characteristica, structura dicitur.

170. Scholion. *Partium Membrorumque altitudines & ecphoras pro Ordinibus singulis adjunctæ iconum Tabulæ exhibet; eas nomina*:

		ORDO THUSC.	DORICUS	IONICUS	CORINTH.	COMPOSIT.
COLUMNÆ pars inf.	Scapus	Scapi pars inf.	Scapi pars inf.	Scapi pars inf.	Scapi pars inf.	Scapi pars inf.
		e, limbus inf.	*x*, limbus	*e*, limbus	*e*. limbus	*e*, limbus
	Pes, seu Basis			*T*, Torus	*T*, Torus	*T*, Torus
				e, regula	*e*, regula	*e*, regula
				t, trochilus	*t*, trochilus	*t*, trochilus
				e, regula	*e*, regula	*e*, regula
			a, astragalus	*a*, *a*. duo astrag.	*a*, *a*, duo astrag.	*a*, astragalus
				e, regula	*e*, regula	*e*, regula
				t, trochilus	*t*, trochilus	*t*, trochilus
				e, regula	*e*, regula	*e*, regula
		f, Torus	*t*, Torus			
		d, *Plinthus*	*f*, *Plinthus*	P, *Plinthus*	P, *Plinthus*	P, *Plinthus*
STYLOBATA	Coronis	*r*, *Superciliumm*	*r*, *Supercilium*	*r*, *Supercilium*	*r*, *Supercilium*	*r*, *Supercilium*
		L, *Cymatium Lesbium*	*e*, *echinus*	*L*, *Cym. Lesb.*	*x*, *Cym. Lesb.*	*L*, *Cym. Lesb.*
			C, *Corona* cum *reg.*	*C*, *Corona*	*C*, *Corona*	*C*, *Corona*
			L, *Cym Lesb.*	*e*, *echinus*	*e*, *echinus*	*L*, *Sima*
					a, *astragalus*	*r*, *regula*
					r, *regula*	*D*, *Cym. Dorie.*
					F, *Hypotrachelium*	*F*, *Hypotrachelium*
					a, *astragalus*	*a*, *astragalus*
	Trunc.			*r*, *regula sup.*	*r*, *regula sup.*	*r*, *regula sup.*
	Pes, Basis,	*r*, *regula*	*r*, *regula*	*r*, *regula inf.*	*r*, *regula inf.*	*r*, *regula inf.*
			a, *astragalus*	*a*, *astragalus*	*a*, *astragalus*	*a*, *astragalus*
			L, *Cym. Lesb. inverſ.*	*S*, *ſima inverſ.*	*S*, *ſima inverſ.*	*L*, *Cym. Lesb. inverſ.*
			r, *regula*	*r*, *regula*	*r*, *regula*	*r*, *regula*
					T, *Torus*	*T*, *Torus*
		A, *Quadra*	*A*, *Quadra*	*A*, *Quadra*	*A*, *Quadra*	*A*, *Quadra*

OBS. II. BASES ATTICÆ, tribus ultimis Ordinibus communes, olim Basi Columnæ Jonicæ, ob justo majorem Torum improbatæ, substituebantur. II. *Scamillus*, Untersatz / Stylobatæ & pedi Columnæ interjectus non placet, nisi in columnis valde alto loco constitutis.

		ORD. THUSC.	DORICUS	JONICUS	CORINTH.	COMPOSIT.
TRABEATIO	Coronis	c, *echinus* a, *aſtragalus* r, *regula* C, *Corona* r, *regula.* L, *cym. Lesb.*	r, *Supercilium* D, *cym. Dorieum* r, *regula* L, *cym. Lesbium* g, *gutta Corona* C, *Corona* F, *Tænia denticul.* r, *reg. ſub dentic.* L, *cym. Lesbium* F, *Tænia*	r, *Supercilium* S, *Sima* r, *regula* L, *cym. Lesbium* C, *Corona* c, *echinus* a, *aſtragalus* r, *regula* F, *Tænia dentic.* r, *reg. ſub dent.* L, *cym. Lesb.*	s, *Supercilium* S, *Sima* r, *regula* L, *cym. Lesbium* C, *Corona* L, *cym. Lesbium* F, *Tænia Mutulor.* r, *regula ſub Mut.* c, *echinus* a, *aſtragalus* r, *regula* F, *Tænia dentic.* r, *reg. ſub dent.* L, *cym. Lesb.*	s, *Supercilium* S, *Sima* r, *regula* L, *cym. Lesbium* a, *aſtragalus* C, *Corona* c, *echinus* r, *regula* L, *cym. Lesbium* F, *Tænia dentic.* r, *reg. ſub dent.* c, *echinus*
	Zoph.	Z, *Zopherus*	z, *Metop. dimid.* uu, *Triglyphus* Z, *Metopa* □*ta*	Z, *Zopherus*	a, *aſtragalus* r, *regula* Z, *Zopherus*	a, *aſtragalus* r, *regula* Z, *Zopherus*
	Epiſtylium	s, *Supercilium* F, *Faſcia*	s, *Supercilium* d, d, 6 *denticuli, gutta, vel campanulæ regula tectæ.* F, *Faſcia*	s, *Supercilium* L, *cym. Lesb.* FFF, *Faſcia III.* FF, *Faſcia II.* F, *Faſcia I.*	s, *Supercilium* L, *cym. Lsb.* a, *aſtragalus* FFF, *Faſcia III.* L, *cym. Lesb.* FF, *Faſcia II.* a, *aſtragalus* F, *Faſcia I.*	s, *Supercilium.* t, *cym. Dorie.* c, *echinus* a, *aſtragalus* FF, *Faſcia II.* L, *cym. Lesb.* F, *Faſcia I.*
COLUMNÆ pars ſup.	Capitulum	r, *Supercilium* A, *Abacus* e, echinus r, regula H, Hypotrachelium	r, *Supercilium* L, *cym. Lesb.* A, *Abacus* e, echinus r, r, r, 3 regulæ H, Hypotrachel.	s, *Supercilium* L, *cym. Lesb.* A, *Abacus* f, *faſciola Volut.* F, *Tænia Volut.* e, echinus *Fig.* A. *Fig.* B.	c, *echinus* r, *regula* A, *Abacus* *Volutæ corn. Abaci* *Volutæ intermed.* e, labium vaſis G, cauliculi FF, ſeries ſup. *f.f*, ſeries fol. inf.	c, *echinus* r. *regula* A, *Abac.* e, echin. a, aſtrag. r, regula G, cauliculi F, F, ſeries ſup. *f, f*, ſer. fol. inf.
	Scapus	a, aſtragalus r, cincta SC, Scapi pars ſup.	a, aſtragalus r, cincta SC, Scapi p. ſup.	a, aſtragalus r, cincta SC, Scapi p. ſup.	a, aſtragalus r, cincta SC, Scapi p. ſup.	a, aſtragalus r, cincta SC, Scapi p. ſup.

Volutæ Ionicæ

171. *OBS. I.* Universim Denticuli & guttæ vel campanulæ habent projecturam $\frac{1}{3}$ suæ latitudini; adeoque inferne quadratæ sunt.

172. *OBS. II.* In DORICO 1*ma*: Guttæ 6 simul sumptæ, iisque superposita Regula latitudine totum Triglyphum Dreyſchlitz *uu* (qui *Duocidem*, Balkenkopf/ repræsentat) æquent. XX sunt 2 integri, *xx* dimidii canales; VV sunt femora, Schenckel. Triglyphi projectura $\frac{1}{3}$ *p.* 2*do*: Duabus superioribus trium Regularum Hypotrachelio impositarum (quarum quævis $\frac{1}{2}$ *p.* lata est) Astragalus bene subſtitnitur. 3*tio*: Aliam hujus Ordinis Trabeationem cum *Pseudo-Mutulis* (Aſter-Sparren-Köpfe/ Dielen-Köpfe) loco Denticulorum vide *Daviler. Tab.* 16. In IONICO Voluta sic nectitur: Demitte cathetum *dv*, in distantia 18 partium ab axe Columnæ. Fac *mC* $=\frac{1}{3}$ *g*. *Cv* $=\frac{1}{3}$ 7 *p.* Sic determinato Oculi centro C describe Volutam juxta §. 160. Totius Volutæ ecphora $=\frac{1}{3}$ 23 $\frac{1}{2}$ *p.* *NB* Scamozzianæ Volutæ nunc præplacent, & encarpis quandoque junguntur. *V. Belidor. L. V. p. 25 ex Scamozzii L. VI. c. 23.* CORINTHII & (demptis supremis membris) COMPOSITI. Capituli dimensiones exhibet *Fig.* E. Ecphoræ Membrorum Abaci, accipiuntur in ejusdem Diagonali; centrum vero curvaturæ obtinetur, constructo super latus Quadrati Abacum determinantis, Δ æquilatero, ex cujus vertice arcus ducantur. Projecturæ foliorum & Volutarum determinantur per lineam ab extremo Diagonalis Abaci ad Scapi Astragalum ductam. Folia (in quavis serie 8) sunt olivarum, acanthi (Bärenklaue) vel Petroselini, quorum delineationes exactas dat *Penther P. III.* §. 108. In figuris adjectis ima foliorum pars nimis prorsum curvatur. Pro ducenda COMPOSITI Voluta, in distantia 9 *p.* infra Regulam Abaci, duc parallelam indefinitam: a puncto, in quo hæc lineam Projecturæ foliorum intersecabit, accipe in parallela 8 *p.* introrsum, habebisque centrum oculi Volutæ juxta §. 160 (attamen cornui Abaci parallela) describendæ. Cornu Abaci in Composito est 6 *p.* latum. OROPHEGRAPHIAM (Decken-Riß/ *Plafond*) Coronæ Doricæ exhibet *F.* 38; Corinthiæ *F.* 40; Compositæ *F.* 39. Ordinum Monumenta vide in *Chambray Parallele de l' Architecture &c. Fig. C, D.*

173. Ex his patet, Ordini *Tusco* vix ullum; pauca *Dorico*; *Ionico* pulchriora; *Corinthio* & *Composito* ditissima ornamenta convenire.

174. *Diminutio* Columnæ incipit in Ordine { *Tusco* } a basi vel { *Dorico* } ½ supra. { *Jon. Cor. & Comp.* } ⅓ supra. *Modus. Fig.* 36. Ducta Diametro diminuta GH, eo loco, quo incipit diminutio, duc semicirculum CD: dein HI axi parallelam: arcum abscissum ID in quasvis *ex. gr.* 5 partes, & in totidem axem reliquum divide &c.

175. Schol. 1. *Pila pro Modulo habet suum* ½ *latitudinem: nec diminuitur, nisi Columna juncta.*

176. Schol. 2. *Entasis*, Bauchung, *& figura elliptica Columnarum a plerisque rejicitur.*

177. *Striges*, Aushohlungen, in Columna Dorica fiunt 20; in 3 ultimis Ordinibus 24, cum striis, Zwischenstäbe. *Stria* determinantur, circulo maximo Scapi in 24 partes, dein $\frac{1}{24}$ in 5 partes divisa: harum 5 partium una striæ obvenit. *V. Fig.* * *inter Stylobatas.* Stria nunquam sit major $\frac{1}{3}$, nunquam minor $\frac{1}{4}$ strigis parte. Diminuuntur cum Columna vel pila: earum ornatus *V. Daviler. Tab.* 122—124.

178. *Columna Tortilis* (Gewundene) sic fit. *Fig.* 45. Designata prius Columna dividatur in partes 24, & per divisionum puncta ducantur occultæ parallelæ. Ex punctis in quibus hæ latera Columnæ intersecant, jam prorsum, jam retrorsum ponatur $\frac{1}{24}$, centrum ducendi arcus datura. Pro infimis & supremis, nempe minimis arcubus, accipiatur dimidium $\frac{1}{24}$. Columnæ tortiles non quidem portando oneri, attamen ornandis aris, atriis &c. aptæ sunt. Aliarum Columnarum diversas species & denominationes, quas seu a materie, seu a compositione & figura, vel demum a fine, symbolis, insculptis monumentis &c. sortiuntur, vide apud *Daviler. Tab.* 122—124. *Columna conjugata* (*couplées*) sunt, quæ binæ, ternæ, aut quaternæ communi basi gaudent.

179. ORDO ATTICUS dicitur contignatio demissior, sub ectæ grandiori imposita, constans pilis, quarum axes axibus, intervalla (inscriptionibus vel symbolis ornata) intervallis substructarum Columnarum vel pilarum respondent. Pilarum Atticarum latitudo æquatur diminutæ Diametro Columnæ, cui pila Attica insistit: altitudo vero est latitudinis quintupla vel sexdupla. *Pentherus* ejusmodi pilas, singulis 5 Ordinibus respondentes affert. *P. III. Tab.* 43.

180. PODIORUM (*Balustrades*) columnas (Geländer-Säulen, Geländer-Docken, Balustres) 5 Ordinibus accommodatas aliasque ostendit *Davil. Tab.* 126, *& Penther P. III. Tab.* 41; alios vero Podiorum ornatus, operis cælati &c. *Davileri Tab.* 95 *&* 127.

181. ANCONES quoque, seu CANTHERII (Kragsteine, Gallis *Consoles*) fulcrorum species sunt, Coronidibus, Statuis, Mœnianis, Podiis, Fenestris &c. sustinendis & ornandis proprii. Mutulorum & formam & ornamenta æmulantur.

182. COLUMNATIO, Säulenstellung, Colonnade, est series Columnarum, quarum Trabeatio est continuata, eaque vel recta, vel circularis, quo casu *Peristylium* appellatur. *Fig.* 42.

183. ARCUATIO, Bogenstellung, *Arcade*, est, dum Columnis adjiciuntur parastatæ, arcum portantes.

184. *Intercolumnium* (Säulenweite) intra hos 5 velut terminos constituit *Vitruv. L. III. C.* 2.

Fig. 41.	*Pycnostylon*	*Systylon*	*Eustylon*	*Diastylon*	*Araeostylon*
Distantia	Dickſäulig	Nahe-säulig	Schön-säulig	Weit-säulig	Fern-säulig
Scaporum	3 *Mod.*	4 *Mod.*	$4\frac{1}{2}$ *Mod.*	6 *Mod.*	8 *Mod.*
Axium	5 *Mod.*	6 *Mod.*	$6\frac{1}{2}$ *Mod.*	8 *Mod.*	10 *Mod.*

185. *Vignola* Columnationi & Arcuationi sine vel cum Stylobata hæc speciatim statuit:

Fig. 42, 43.	*ORDO TUSC.*		*DORICUS*				*IONICUS*			*CORINT. & COMP.*				
Distantia	*Scap.*	*Axium*	*Scap.*	*Axium*	*T*	*d*	*Scap.*	*Axium*	*d*	*Scap.*	*Ax.*	*M*	*d*	*d. Comp.*
Columnatio	4. 8	80 p.	5. 6	90 p.	3	30	4. 9	117†3	20	4. 12	120	9	20	15
Arcuat. sine	6. 6	114	7. 0	120	4	40	11. 9	207†3	35	9. 0	216	9	36	27
cum Stylobat.	8. 9	153	10. 0	180	6	60	15. 0	270	45	12. 0	288	12	48	36

186. *OBS.* In Intercolumniis determinandis curandum est, ut ab axe Columnæ producto, in Dorico Triglyphus & spatiolum duobus denticulis interjectum; in reliquis denticulus, Mutulusque bisecetur. Fiet id, si servatis §phi 185 intercolumniis is Triglyphorum (*T*), denticulorum (*d*) & Mutulorum (*M*) numerus detur, qui sub his literis notatur. *V. Faschianam edit. onem Vignolæ p.* 15, 16.

187.

187. *Altitudo* Arcuationis in omnibus Ordinibus eſt dupla latitudinis ſeu Intercolumnii Scaporum; in arcuatione tamen Corinth. & Comp. Stylobatam habente, 1 *M.* augetur.

188. *Paraſtata* B (Bogen-Pfeiler, Neben-Pfeiler) in omnium Ordinum arcuationibus, Stylobata carentibus, eſt fere 2 Modulos craſſa, lata vero ſemper 3 Modulos; unde utrinque $\frac{1}{2}$ *M.* latitudinem Columnæ ſuperat. In arcuationibus vero Stylobatum habentibus ſemper eſt 4 *M.* lata, adeoque utrinque 1 *M.*, excepto Ordine Dorico, in quo paraſtata = 5, exceſſus $1\frac{1}{2}$ *M.*

189. *Incumba* ſeu *Impoſta* (Kämpffer) veluti Capitulum Paraſtatæ, altitudinem ſemper habet 1 Moduli; ejus projectura vero = $\frac{1}{4}$ vel $\frac{1}{3}$ Moduli. Ornamenta Columnæ ſuæ recipit, ut in *Fig.* 44, Ordinis Corinthii. Incumbarum reliquorum Ordinum formas exhibet *Vignola* & *Belidor l. c. L. V. p.* 59, *Tab.* 42.

190. *Arcus latitudo* eſt 1 *M.* In Ordine Thuſco & Dorico membra incumbæ habet; in reliquis variat. Cunei A latitudo inferior = latitudini arcûs; ſuperior determinatur radiis ex arcûs centro per inferioris latitudinis extrema ductis: altitudo eſt fere latitudinis dupla. *Fig.* 43. Cuneos diverſis Ordinibus proprios dat *Pentherus P. III. Tab.* 42.

191. *OBS.* SUPERSTRUCTIO Ordinum, diverſas ædificii contignationes ornantium, requirit, ut *1mo:* Ordo quiſque ſuperior inferiore, cui inſiſtit, levior, tenuiorque ſit (§. 6.) Itaque Compoſitus Corinthio, hic Ionico, Ionicus Dorico, iſte Thuſco imponendus eſt. *2do:* Axes Columnarum vel pilarum ſuperiorum & inferiorum ſub eodem ſint perpendiculo (§. 88.) *3tio:* Diameter maxima ſuperioris Columnæ, fiat æqualis Diametro diminutæ (§. 174.) Columnæ inferioris: vel, contignatio ſuperior ædificii fiat = $\frac{3}{4}$ contignationis proxime inferioris, hocque facto determinetur ſuperimponendi Ordinis Modulus per §. 167. Quodſi tamen Ordo quiſpiam in inſigni altitudine conſtituendus foret, ex Geometriæ legibus, juxta anguli viſorii quantitatem, Modulus reperiatur.

192. STATUÆ humanæ, fabuloſæ, Telamones, Hercules, Hermæ & ejuſmodi, quæ, ſi muliebres fuerint, *Caryatidum*, ſi viriles, *Perſicarum* nomine olim & etiamnunc veniunt, ſæpe Columnis fulcriſque aliis ſubſtituuntur, iisdemque, qua licet, legibus ſubjacent.

193. LOCULAMENTUM (Bilderblinde, *Niche*) eſt Semicylinder cavus in muro effictus, ſuperne in fornicem hemiſphæricum deſinens, ſtatuamque recipiens. Statua baſi (baſes ejuſmodi exhibet *Daviler Tab.* 125) inſiſtat, altitudine ſua dimidiam capitis ſtatuæ altitudinem æquanti. Altitudo Loculamenti fit fere tanta, ut Statuæ oculus attingat diametrum, ſuper qua ſupernus Loculamenti fornix conſtituitur. Latitudo fit ſubdupla altitudinis, acceptæ uſque ad dictam Diametrum ſuperſtructi fornicis hemiſpharici. *V. Tab.* 57 *Davilerii.* Fiunt quoque Loculamenta elliptica. Interius concha, aliave re caput ſtatuæ tegente; exterius architectonicis membris, loculamentum ad $\frac{1}{6}$ latitudinis ejus partem ambientibus, ornari poteſt. Imum ſeu pes Loculamenti inter Columnas conſtituti ſit in eadem horizontali linea cum Coronicibus Stylobatarum.

194. PORTAS, JANUAS, FENESTRAS ad $\frac{1}{6}$ earundem latitudinis partem diverſa ornamenta cingere poſſunt: ſuperne Epiſtylio, vel præter hoc etiam Zophoro & Coronide, vel Frontiſpicio (§. 102) coronantur. Portæ Regiæ, urbium, & palatiorum pilis atque Columnis, etiam Perſicis (§. 192.) decorantur. *V. Daviler Tab.* 47—56, 105—110, 114, 115. *Penther P. III. Tab.* 44.

195. FRONTISPICIA (§. 102.) Coronide Ordinis cujuſpiam ornantur. Mutuli & denticuli frontiſpicii vel ſuæ Coronidi normales, vel Mutulis aut denticulis Coronidis, cui frontiſpicium inſiſtit, paralleli fiunt; ſemper tamen axes Mutulorum & denticulorum frontiſpicii, axibus Mutulorum & denticulorum ſubjectæ Coronidis reſpondere debent. *V. Penther P. III.* §. 364.

196. Scholion. *Hæc pauca in ampliſſima hac materia pro aliqua elegantis Architecturæ idea. Videantur Auctores, pluribus locis citati, hic vero præcipue Cl.* Blondel de la Decoration des edifices.

197. *PROBLEMA I. Ordinem Architectonicum delineare.*

Ref. Charta super lignea tabula probe extensa firmataque dividatur *1mo:* altitudo spatii pro designatione Ordinis destinati in tot partes æquales, quot Modulorum est Ordinis altitudo: erit una ejusmodi pars Modulus. *2do:* fiat Scala Modulorum, quæ Modulum in suas partes (§. 166.) divisum habeat. *3tio:* plumbagine ducatur linea horizontalis, & super ea erigatur perpendiculariter axis Ordinis. *4to:* in axe hoc desumptis ex Scala Modulis eorumque partibus (§. 170.) signentur primum altitudines trium præcipuarum partium, nempe Stylobatæ, Columnæ & Trabeationis; tum partium subdividentium, ac demum singulorum membrorum altitudo. *5to:* Per signata hæc altitudinum puncta duc lineas, horizontali parallelas, in quibus membrorum ecphoræ & figuræ determinentur. *6to:* Delineationem, hactenus cerussa peractam, atramento Sinico perfice.

198. Schol. Inumbratio (Schattirung) *partium Ordinis præsentem magistri mannm vocemque requirit: aliquatenus ex Tabb. iconibus perdisci potest. Praclara de designandi methodo passim habet Pentherus, præcipue* P. II. c. 3 & P. III. c. 3 & 4.

199. *OBS.* Delineatio futuri ædificii tum assequendo fini, tum exequendo operi servit.

200. *Def.* 1. *Protographia* (Hauptriß, *Brouillon, Schizzo*) est prima rudis idea ædificii.

201. *Def.* 2. *Ichnographia* (Grundriß, *Plan, Fig.* 63, 64) exhibet murorum & parietum vestigia inumbrata; aperturas januarum *e, o,* & fenestrarum *f, f* (*Conf. Fig.* 66.), fornices, pilas &c.

202. Schol. *Exhibetur Fornix cylindricus, ut in* Fig. 46. *Testudo,* F. 47; Kloster-Gewölbe Fig. 48; Mulden-Gewölbe F. 49; Spiegel-Gewölbe F. 50; Kugel-Gewölbe F. 51; *Columna* F. 52; *Columna parietina* F. 53; *Anta* F. 54; *Scalarum gradus* Figg. 55, 56, 57, 63, 64; *Fornax cum fumario & aditu* F. 58; *Caminus* F. 59; *Focus culina* F. 60, *quanquam fornax, caminus & focus simplicibus quoque parallelogrammis signari soleant. Latrina* F. 61.

203. *PROBL. II. Ichnographiam ædificii perficere.* Fig. 63, 64.

Sit ædificium nobilius, *Fig.* 62. exhibitum, cujus alæ retractæ sint, parte media foras porrecta (*Risalit*).

Ref. Parata prius Scala Geometrica tota area ab ædificio occupanda, sub angulis suis designetur: tum juxta ideam mente, vel in Protographia conceptam, assumptis e Scala dimensionibus conclavia cameræque ceteræ & fenestrarum latitudines, harumque intervalla (Schäffte) indicentur plumbagine. (§. 113.) *2do:* determinentur pariter per lineas parallelas murorum & parietum crassities, facto ab ædificii angulis initio. *3tio:* Scalarum gradus (§. 125.) *4to:* Situs januarum, hisque non minus ac fenestris retractionis (Schmiege, *embrasure,* g f g) quantitas assignetur: plerumque 4 quibusque in muro crassitiei digitis unus retractionis respondet. Symmetriæ gratia fiunt januæ fictæ *m, m.* *5to:* Determinetur locus fornacum *s, s,* & Caminorum *u, u,* cum eorum fumariis & aperturis. *6to:* signentur denique foci culinarii *t, t,* & recessus secreti *x, x.* *7mo:* his plumbagine hactenus peractis jam atramento Sinico omnis murata structura exprimatur, omissis tamen cavorum aperturis. *8vo:* Cerussa attritu panis tollatur.

204. Schol. *Tum subterranea, tum ceterarum contignationum, & tecti Ichnographia fieri solet.*

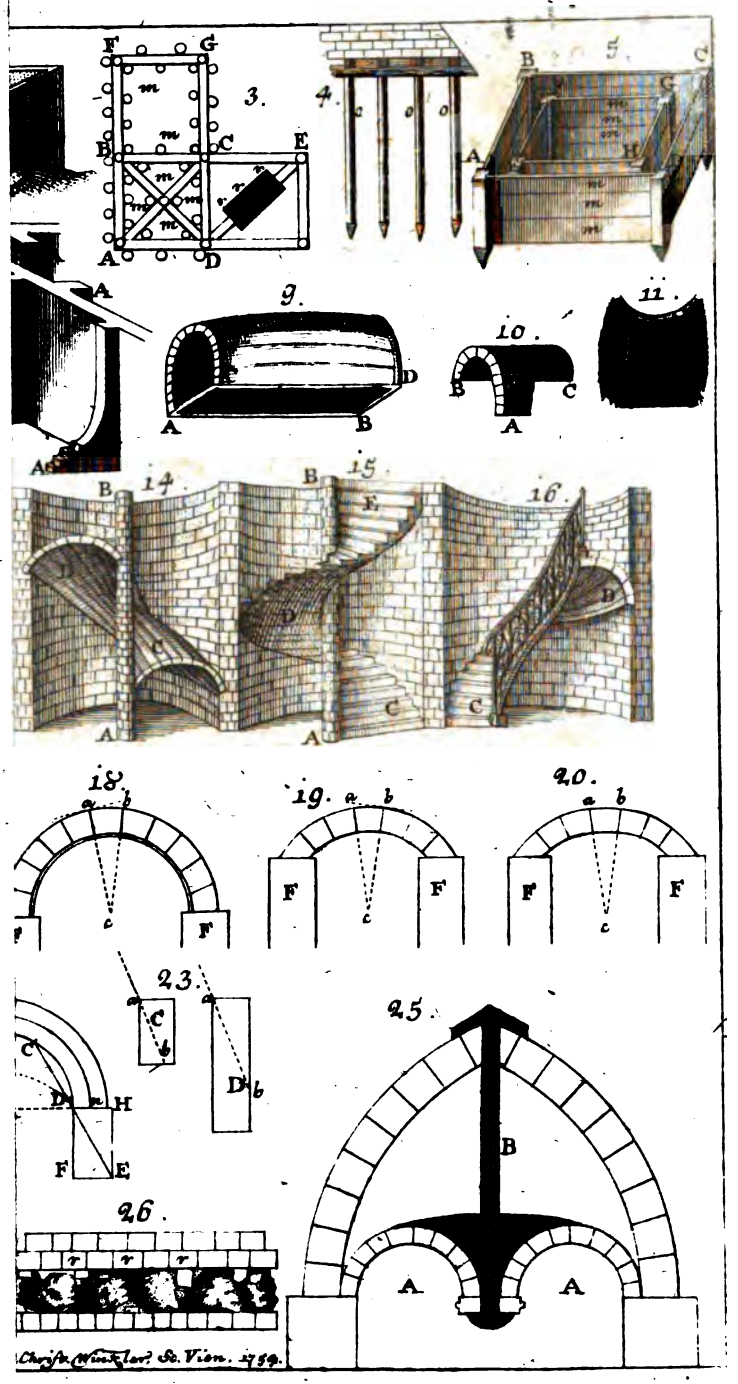
205. *PROBL. III. Orthographiam externam* (Aufriß, Standriß *Fig.* 62.) *& internam seu Sectionem* Durchschnitt, Profil, *Fig.* 65.) *perficere.*

Ref. I. Situs & latitudo quarumvis partium determinari potest productis ex typo ichnographico (*Fig.* 63.) lineis f G, f H &c., in quibus si subinde altitudines quoque partium signentur, factum erit, quod petebatur. *Vel:* Ducatur in imo linea horizontalis, & super hac erigatur perpendicularis; in priore latitudines, in perpendiculari altitudines determinentur: ductæ per notata puncta parallelæ rete formabunt, cujus intervallis dimensiones continebuntur. Addantur ornamenta, & tectum.

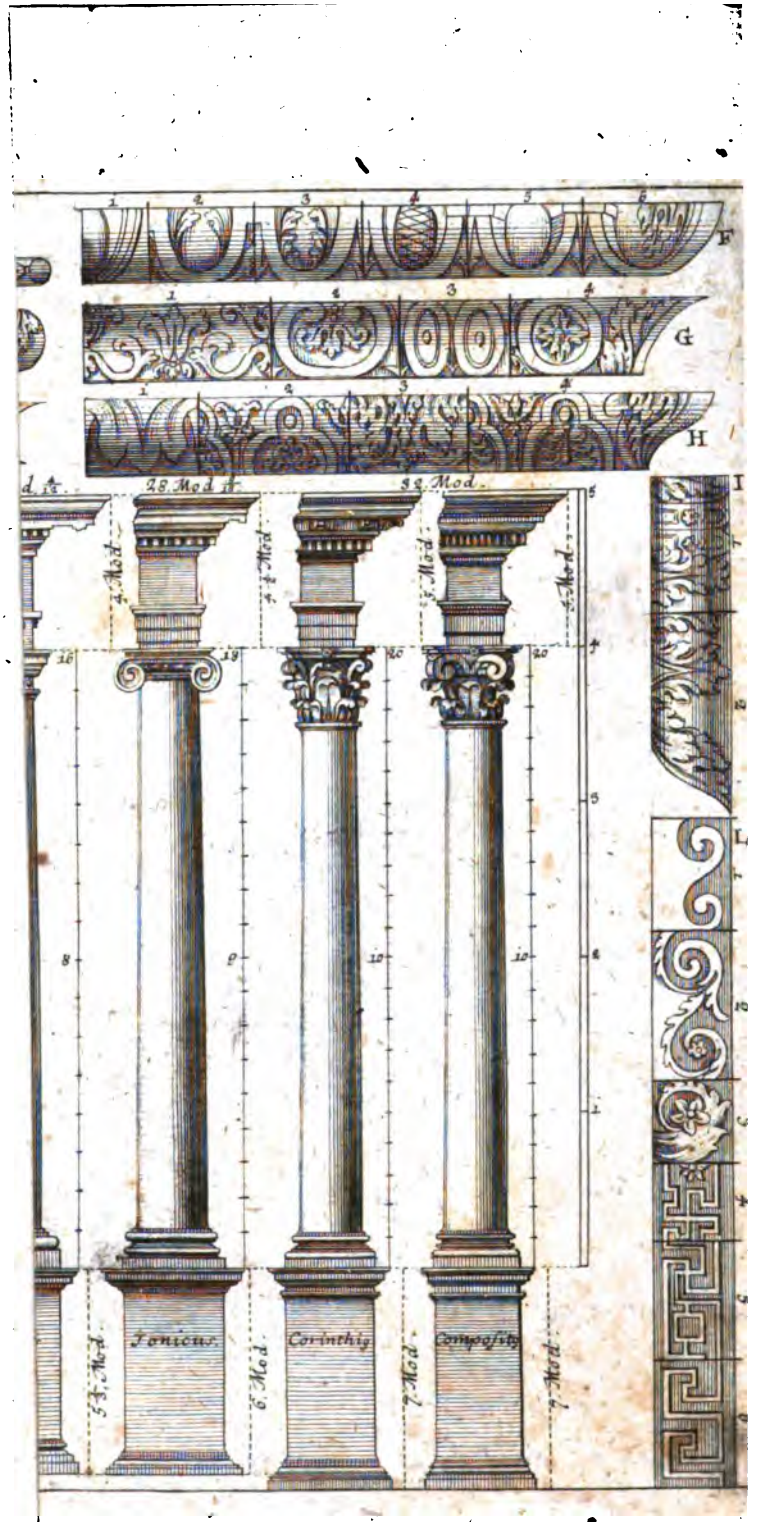
206. *Ref. II.* Sectio eadem methodo perficietur, nisi quod in hac simul parietum & murorum, tignorumque tectum componentium crassities, fumariorum ductus &c. determinari debeant.

207. Schol. *Fit etiam quandoque Sectio horizontalis* (Cavalier-Perspective) *&* Scenographia (*Perspectivischer* Riß) *repræsentans externas ædificii partes, quæ ex assumpta plaga aspectui simul offeruntur. Ædificia ampla & magnifica etiam effecto Prototypo* (Modele) *exhibentur. Ceterum qua Delineationes ejusmodi exacte elaborandas, inumbrandas, colorandas attinent, fusius explanabuntur* (*Conf.* §. 198. *Item de ædificii extruendi æstimatione* V. Pentheri Bau-Anschlag.

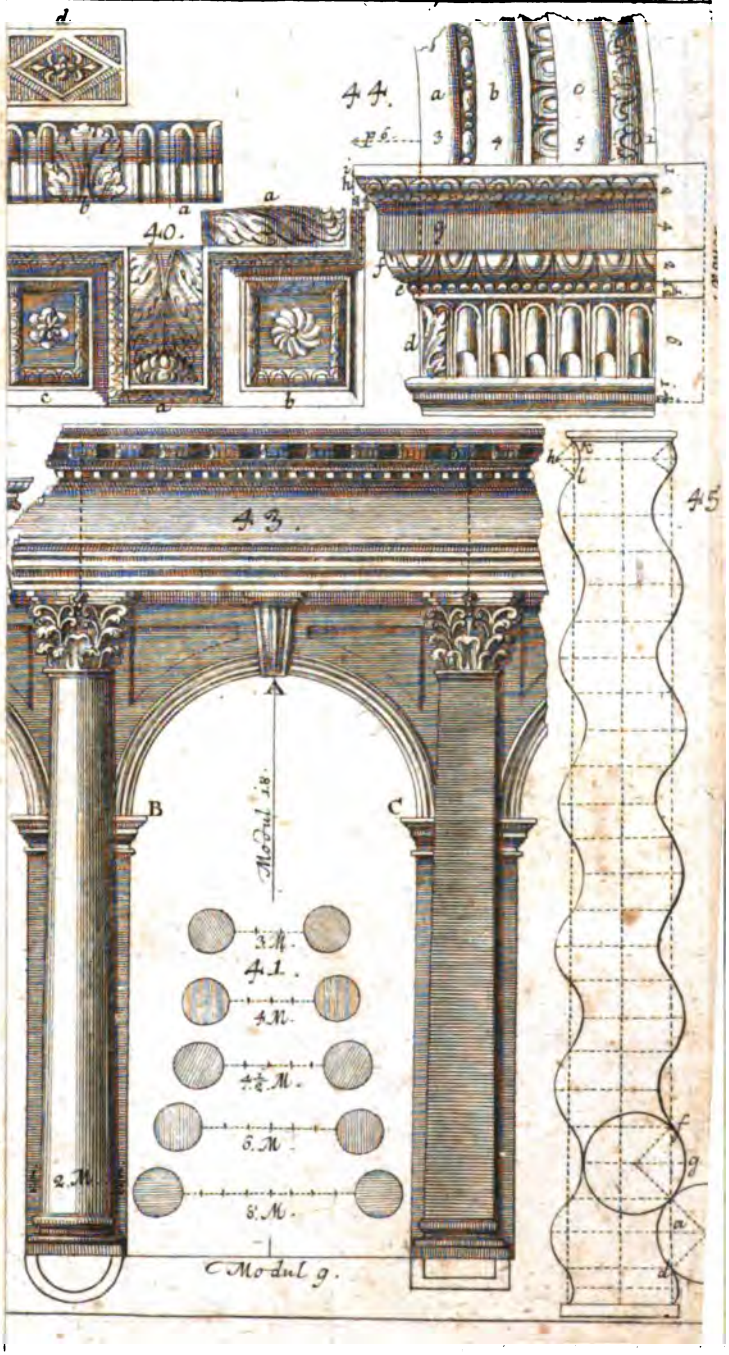
ARCHI-

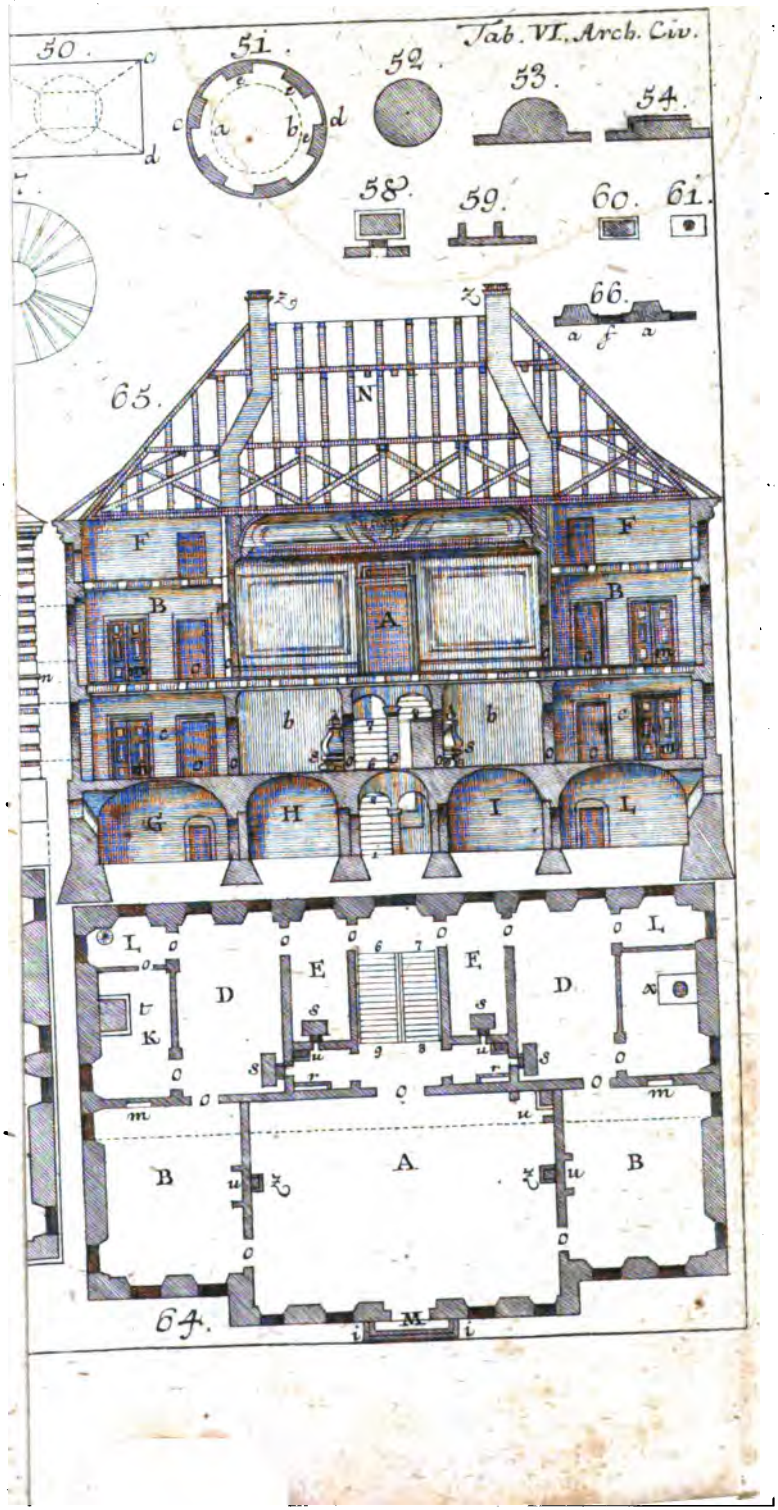


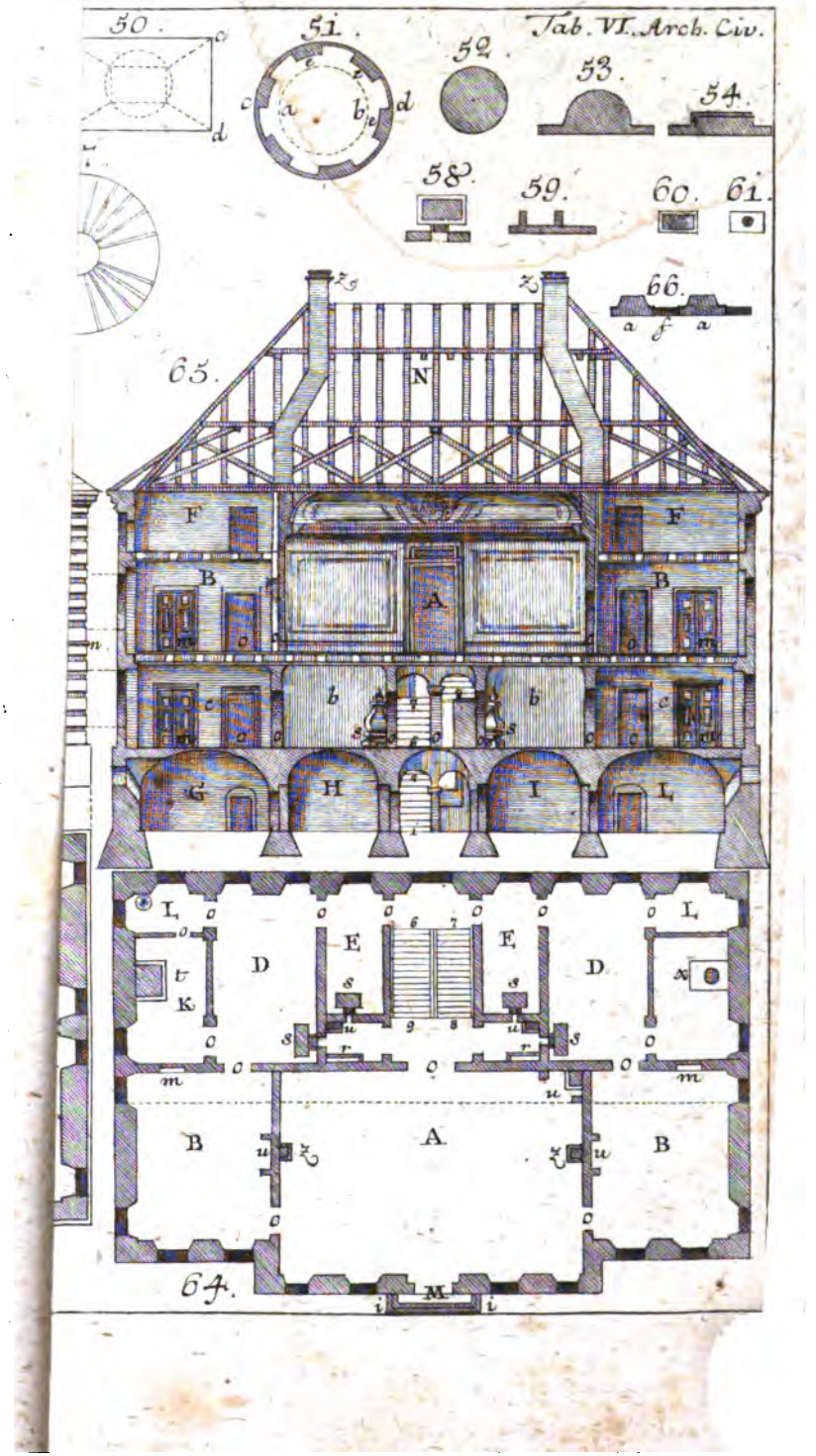
UNIV. OF MICH.

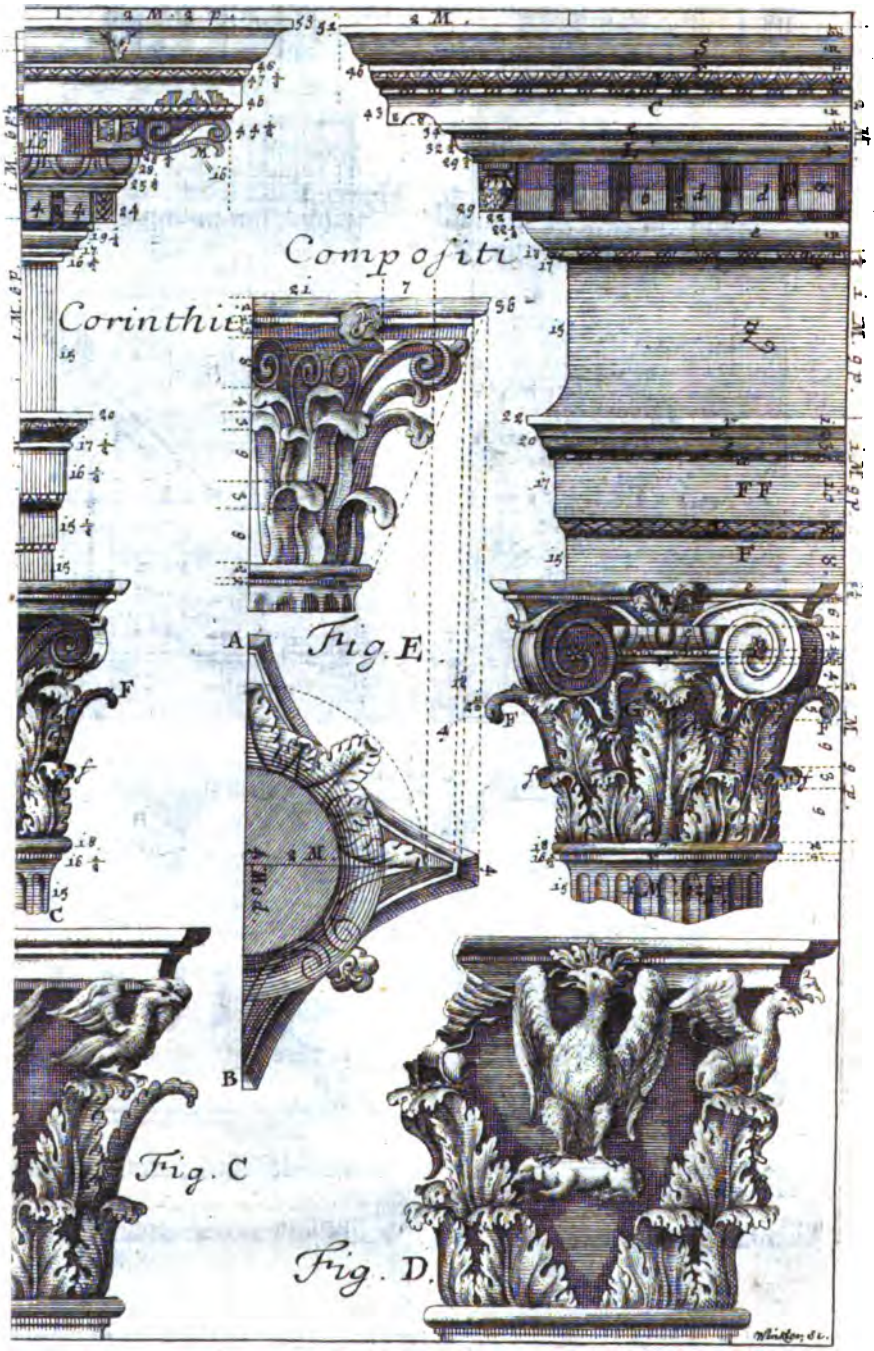


UNIV. OF MICH.


44.
40.
43.
45
A
B
C
Modul 18.
3. M.
41.
4. M.
4½. M.
6. M.
8. M.
2. M.
Modul 9.


Tab. VI. Arch. Civ.
50.
51.
52.
53.
54.
58.
59.
60.
61.
66.
65.
64.
A
B
D
E
F
G
H
I
K
L
M
N


Tab. VI. Arch. Civ.
50.
51.
52.
53.
54.
58.
59.
60.
61.
66.
65.
64.
N
F
B
A
b
c
G
H
I
L
D
E
K
M


Compositi
Corinthie
Fig. E
Fig. C
Fig. D.

ARCHITECTURA MILITARIS.

TAB. I. *Præliminaria.*

Def. 1. *Munitio*, seu *Fortificatio* alia est *offensiva*, alia *defensiva*. De hac primum, tum de priore agemus.

Def. 2. *Munitio defensiva*, seu *Munimentum* rursum aliud est *naturale* a naturali loci situ, aliud *Artificiale*, arte (quam ARCHITECTURA MILITARIS docet) ita constructum, & munitum, ut pauci adversus multos, se, suaque longiore tempore tueri, hostemque vel aditu, vel regionis populatione prohibere possint.

Coroll. 1. Non itaque in medio, sed in finibus provinciæ, eaque parte, qua hostis iter facere cogitur, munita præsidia statuenda præprimis sunt.

Coroll. 2. Non satisfacit fini priori munimentum, quod pro sui defensione nimis magnum præsidiariorum numerum requirit.

Coroll. 3. Nec satisfacit cinctura murata urbi circumdata, paucarum horarum spatio in acervum abitura, ab immani usitatarum nostro ævo bellicarum machinarum vi.

6. Scholion 1. *MACHINÆ BELLICÆ* minores *sunt*: *fistulæ minores*, *seu sclopi* (fusils) *vulgo* Mousqueten; *bolides igniariæ* seu *Granatæ*. Majores: *Tormenta & Mortaria*. *Ex Mortariis Bombæ*, *saxa*, *sacci pyrotechnici* (Carcassen), *globi incendiarii*, *lucentes quoque*, *& obscurantes*, *fœtentesque*: *e Tormentis globi etiam igniti*, *aut catena*, *vel pertica ferrea connexi*, *itemque grandines pyrotechnicæ* (Kartätschen) *ejiciuntur* (vide Wolf. Elem. Math. T. IV. Pyrotechnicæ C. II. *Est & Tormentum insititium* (Petarde, Fig. 17, 46) *nempe conus truncatus ferreus cavus E*, *pulvere pyrio granulato repletus*, *qui solido quadrangulari ligneo ABCD affixus*, *& repentina invasione portæ hostili applicitus*, *succensusque*, *eam perfringit*.

7. Scholion. 2. *Directio Tormenti fit per dioptras eidem proprias*, *jactus vero sub certo angulo obtinetur ope semicirculi*, *vel quadrantis Tormento*, *aut Mortario applicati*. *Intra* 40, *&* 45*tum gradum est jactus maximus*, *experientia teste*.

8. Scholion. 3. *Tormentorum differentia desumitur a diametris*, *aut pondere globorum*, *quos capiunt*. *Globi*, *vel etiam luminis tormentaris diameter* (*quæ tamen globi sui diametrum* 2 *lineis superare debet*) Calibra *dicitur*; *& inde habetur* Regula Calibræ, *in qua signantur globi diametrorum* 1, 2, 3, 4 *&c. libras appendentium*. *Inde quoque nostrates has constituerunt tormentorum species*.

Nomen	Pondus globi	Jactus horizont.	Jactus 45 grad.	Nomen	Pondus globi	Jactus horizont.	Jactus 45 grad.		Pondus globi	Jactus 45 grad.
Ganze	48 *lb.*	500	6000	*Feld-Schlange*	18 *lb.*	600	7140		24 *lb.*	2250
Carthaune $\frac{3}{4}$	36	500— *Passus*	6000—	$\frac{1}{2}$	9	450 *Passus*	5370	*Gallica*	16	2020 *Toises*
$\frac{1}{2}$	24	420	5070	$\frac{1}{4}$ *Falkaune*	6	350	4180		12	1870
$\frac{1}{4}$	12	370	3600	*Regiment-Stuk*	3	320	3600—		8	1660
$\frac{1}{8}$	6	320	3600—	*Falconet*	1	280	3320		4	1520

Jactus maximus bombæ est ad 2000, *sclopi militaris intra* 120 *ad* 150 *hexapedas*.

9. Schol. 4. *Cuniculus subterraneus* (Mine) *est vel simplex*, *vel duplex*, *vel triplex*, (*Gallis* treflée) *prout nempe uno*, 2, *vel* 3 *furnis constiterit*. Fig: 19 *Ichnographiam*, Fig. 20, *Orthographiam cuniculi mœnibus substructi exhibet*. A *est murus*, B *erisma*, C, C, C *crypta anfractuosa*, *fere* 5 *pedes alta*, *seu aditus* (galerie) *ad ipsam cuniculi cameram*, *seu furnum*, *vel furnos* FFF. (*Figura exhibent hanc cryptam tignis suffultam*, *aggestoque terreo & saxeo oppletam*, *quemadmodum pro cuniculi solutione præstandoque effectu fieri necesse est*) EE *est tubus coriaceus* (Saucisson) *fere* 2 *digitos latus*, *pulvere pyrio repletus*, *qui succensus ignem furno infert*: *ut tubus ab humore defendatur*, *canali quadrato ligneo* (Auget) *per totam cryptam porrecto includitur*. *In* Fig. 21. A *exhibet furnum cuniculi*, AD *lineam minoris resistentiæ*, *juxta cujus directionem cuniculus effectum suum præstare debet*, *& a cujus longitudine pendet quantitas requisiti pulveris pyrii furno committendi*. BC *est excavationis diameter*. *Invenit* Vallierius, *excavationem hanc non esse conicam* BdAdC, *sed paraboloidicam* BEEC, *furni* A *centro focum constituente*: *simulque tabulam confecit*, *ad determinandam pulveris pyrii*, *adeoque etiam furni quantitatem pro divisa longitudine lineæ minoris resistentiæ*. V. Dulacq, Villneuvii, vel Blondi Traités d' Artillerie.

10. *Def.* 1. Munimenti partes præcipuæ sunt: Vallum, der Wall, Rempart: *Fossa*, der Graben, & *Via Cooperta*, vel *Tecta*, der verdeckte Weeg. *Tab. III. Fig.* 21.

11. *Def.* 2. VALLUM est aggestum terreum ALLA, ambitu suo & eminente supra loci horizontem AB altitudine, ædificia incolasque protegens, & in omnem subjectam regionem, minimum ad globi tormentarii jactum, prospectum aperiens.

VALLUM

- AD, *Acclivitas*, seu *Talus Valli interior* (die innere Böschung, oder Abdachung) determinatur a linea AC, totque pedum dicitur, quot est AC
- CD, *Altitudo valli*
- DE, *ambulacrum*, der Wallgang, Terreplein du Rempart.
- EF, *Acclivitas*
- FG, *Scabelli*, seu *suppedanei*, banquette.
- GHHg, *Lorica*, Brustwehre, Parapet.
- gg, *acclivitas*, vel *latus interius Loricæ.*
- GH, *declivitas Loricæ*, *Talus superior.*
- HH, *acclivitas* vel *latus externum Loricæ* muro non vestitæ.
- N (fig. 22) *Torus muralis*, Maurband, Cordon.

Munitio vetus.

II, via Excubitorum, chemin des Rondes
ii, lorica murata, Garde-fou.
ll, margo nunc dicta loricæ, Berme, Lisiere, Relais
LL, acclivitas loricæ, seu talus exterior
dLm, vallum inferius; Unterwall, Fausse-braye, *Falsa Braga, cujus latitudo = 4 vel 5 hexap. Altitudo vero determinatur a linea horizontali AB.*
d, e, ambulacrum
ef, scabellum
ghhg, lorica
ii, margo

H, *acclivitas*, seu *Talus* totius valli *exterior*, vel fossæ interior, Escarpe.

FOSSA

- mm, *margo Fossæ*, Berme, Lisiere, Relais.
- KK, *Fossa.*
- k, *incile*, seu canalis aquam devehens, Cuvette, vel cunette.
- mm, *margo*
- md, *acclivitas fossæ exterior*, Contre-Escarpe.

VIA TECTA

- de, *ambulacrum*, der Verdeckte Weeg, Coridor.
- ef, *scabellum*, post quod *series palorum*, Palissades, Schutz-Pfähle.
- gB, *Lorica Viæ Tectæ*, Glacis.

12. *OBS. I.* In Munimento nulla sit pars, quæ ex alia videri, ac defendi nequeat.

13. *Coroll.* 1. Hinc in Munitione defensio lateralis (*Flanquirung*, *Defensa de flanc*) majoris momenti est, quam defensio directa, seu, quæ tantum a fronte fit. Nam 1mo adversus ictus defensionis directæ hostis multo facilius se tuetur. 2do: Si tota defensio esset tantum a fronte; utique milite in A, vel a constituto (*Fig.* 1.) non solum partes muri B vel *b*, sed totum spatium interjectum BC, & *bc* defensione careret. Talis pure directa defensio foret, si Munimentum constaret continuatis angulis prominentibus (*angles saillans*). Eadem ratione anguli prorsum, & retrorsum altesnantes, semper spatium intermedium, defensione vacuum relinquunt; idque eo majus, quo latius, altiusque Vallum fuerit. Hinc anguli retracti, seu recedentes (*angles rentrans*) anguli *mortui* dicuntur.

14. *Coroll.* 2. Hinc patet, cur Veteres turribus primum quadratis (*Fig.* 2.) dein rotundis (*Fig.* 3.) usi sint; postea muros acclives ad arcendam hostilium Arietum vim, ac denique ad tuendum omnino Valli pedem, supremam muri partem, prominenti veluti ambulacro, ejus basi foraminibus perfossa, coronaverint, *Machicoulis.* Constat denique, cur, & quomodo (præcipue post inventum pulverem pyrium, modernasque bellicas machinas) turres hæ in Propugnacula (Bollwerke, *Bastions.*) Polygoni alicujus angulis adstructa, abierint; id quod contigit circa annum Christi 1500. Itaque *e s s.*

15. *Def.* 3. *Munimentum* est Polygonum, idque vel regulare, vel irregulare, cujus anguli muniti sunt partibus prominentibus pro laterum interjectorum defensione.

16. *Coroll.* Atque inde *Munitio* alia est *regularis*, alia *irregularis*; de illa primum agemus.

17. *Def.* 4. (*Fig.* 5) Y*a* vel Y*b* est Radius; *ab* Latus, Polygoni interni: YA, vel YB, Radius; AB Latus, Polygoni externi.

18. Schol. Polygoni *vocabulum*, *etiam sine addito pro Latere Externo quandoque usurpatur. Dum Ichnographica delineationis initium fit a latere interno extrorsum*, *Galli id appellant*, fortifier en dehors; *vice versa a latere externo introrsum*, fortifier en dedans.

19. H.

19. HeAEH, *Propugnaculum*, Bollwerk, Baſtion.
Hg, *Chorda*, *Cortina*, Zwiſchenwall, Cortine.
HE, *Ala* Propugnaculi, Streichlinie, Flanc.
EA, *Facies* Propugnaculi, die Geſichtslinie, Face.
EAe, *angulus Propugnaculi*, vel *angulus defenſus*, Bollwercks-winkel, angle flanqué.
HEA, *angulus Humeri*, vel ſimpliciter *Humerus*, Schulter, Epaule. Hinc *Epaulement* dicitur omne aggeſtum terreum, vel muratum, quo humerus intra id conſiſtentis tegitur.
EHG, *angulus Alæ*.
eAEHGONFB &c. *Linea Magiſtralis* vel *Radius principalis* dicitur linea determinans Facies, Alas, & Cortinas, ceu partes, quibus omnis Munitio continetur, & a qua reliquarum partium conſtitutio, & dimenſio pendet.

Linea conſtructionis:
- *Ta*, vel *Tb*, Radius, §. 17.
- *Ha* pars cortinæ, uſque ad Polygoni radium producta dicitur *dimidium* - vel *Semi-collum* Propugnaculi, Demigorge, Kehllinie. *NB:* duo ſemicolla *Ha* † *ma* ſemper majora ſunt collo *HH*, Kehle, Gorge.
- *HaH*, *angulus centri* Propugnaculi, quem efficiunt 2 ſemicolla, Kehlpunct.
- *aA*, *Linea Capitalis*, Hauptlinie. Eſt differentia Radiorum interni, & externi.
- *gA* (*Fig.* 4) *Linea defenſionis ſtringens*, vel *minor* (ſtreichende defenſions-linie, ligne de defenſe rafante) quæ ex aliquo Cortinæ puncto ad angulum Propugnaculi ducta, Faciem ſtringit, & quaſi radit. *GA* vero *linea defenſionis figens* (nempe faciem) vel *major*, die beſtändige Wehrlinie, ſichante: denique Cortinæ pars *gG*, ab his duabus lineis intercepta, *Ala Cortina*, ſeu *Ala ſecundaria*, Streich-Platz, ſecond-flanc, dicitur.
- *AgH* (*Fig.* 4) vel *AGH* (*Fig.* 5) eſt *angulus defendens interior*; ſeu *minor* (der Kleine vel innere Streichwinkel, angle flanquant interieur) quem facit linea defenſionis ſtringens cum Cortina.
- *BAG* (*Fig.* 5) *angulus diminutus*, quem comprehendit linea defenſionis ſtringens cum latere externo, ſemper æqualis eſt angulo defenſionis interiori *AGH*, utpote ſuo alterno ob *ab*, & *AB* parallelas.
- *ADB*, *Angulus defendens exterior*, ſeu *major*, der groſſe Streichwinkel, angle flanquant, *vel* angle de la Tenaille.

Suggeſtus altior Propugnaculi, vel *Cortina* (ein Katze, Reuter, *Cavalier*) eſt propugnaculum minus majori ſuperſtructum, lateribus vel parallelis majori, vel arcuatum (*Fig.* 11)

Forcipula (ein Scheere, *Tenaille*) olim inter Opera Externa, ac pluribus erroribus obnoxia (*Fig.* 18) fiebat; noſtro ævo juxta lineas defenſionis inter Propugnacula conſtituitur. *Forcipula ſimplex* eſt D (Tenaille ſimple, *Fig.* 10, 11) *forcipula compoſita* vero D (Tenaille double *vel* Tenaille a flancs *Fig.* 9.

Caponiere (*Fig.* 7) eſt foſſa 3 circiter pedes profunda, 12, vel 15 pedes lata *a*, *e*, utrinque loricam palis munitam habens, quaſi duplex Via Tecta, duo opera conjungens.

Opera Externa:
- R, *Semiluna Cortina præſtructa*, *Parmula* (Ravelin, Halb-Mond, *Demilune*) Faciebus, quandoque etiam duabus Alis prædita. Diverſas aliquantum formas *V. Figg.* 9, 10, 12, 13. Quandoque Semilunæ adjiciuntur *Lunulæ*, ſeu *Perſpicilla*, Brillen, *Lunettes*, vel minora GH (*Fig.* 7) vel majora (*Tenaillons*) m MO (*Fig.* 9) eaque vel ſimplicia, vel quaſi duplicata, ſeu interjecta foſſa proprioque vallo ſeparata; nonnunquam fronti quoque perſpicillum præfigitur.
- CHEG, *Semiluna Propugnaculo præſtructa*, vel *Vallum exterius Propugnaculi* vel *Propugnaculum a Cortina ſejunctum*, Baſtion detaché, *Contregarde*, Couvreface (*Fig.* 11)
- *Opus Cornutum*, Hornwerk, *Ouvrage à Corne* (*Fig.* 13, 14) conſtat Cortina, duobus dimidiatis propugnaculis & duobus longis brachiis, ceu Alis.
- *Opus Coronatum*, Kronwerk, *Ouvrage à Couronne*, veluti e duobus operibus Cornutis compoſitum *Fig.* 15.
- *Reductus*, *Retraites*, Redouten ſunt munimenta plerumque quadrangularia, vel quadrangularia dimidiata (*Fig.* 48. *Fig.* 42. *R*, *R.*) quandoque etiam Alis gaudentia & Semilunis inſerta, *Fig.* 26, 27.
- *Regreſſiones*, Abſchnitte, *Retranchements*, ſunt loricæ intra ipſum Operis cujusdam ambulacrum conſtructæ ad longius ſuſtinendam hoſtium vim (*Fig.* 49.)

23. I. Principium. *Munimentum nullam partem habeat aliis minus munitam*; secus magis munitarum finis cessat.

24. II. *Munimentum toti subjecta regioni dominetur*, hoc est, ex hoc in omnem viciniam intra globi tormentarii jactum (§. 8.) prospectus pateat; nequaquam vero ex hac in ullam interiorem munimenti partem.

25. *Coroll.* Hinc si situs loci obstet, Suggestu altiore (*Cavalier*) vel Operibus Externis error emendandus est: colles adsiti vel singularibus Operibus muniendi vel demoliendi sunt: neque arbores aut viæ profundæ & anfractuosæ, occultando hosti opportunæ, tolerandæ sunt.

26. Schol. *Tribus modis locus loco dominari dicitur*: a fronte, a tergo, a latere: *Galli* commandement de front, de revers, d' enfilade *dicunt*.

27. III. *Nullus sit Munimenti locus, qui ex alio vel ex pluribus aliis conspici & defendi* (être flanqué) *non possit*. Conf. §. 12.

28. *Coroll.* 1. Hinc pars defensa a defendente distare nequit ultra jactum sclopi militaris (utpote præcipui defensionis instrumenti, & tum ob frequentiorem, tum ob certiorem ictum præ Tormento spectandi) adeoque LINEÆ DEFENSIONIS *AG* (a qua non multum differt LATUS INTERNUM *ab*) longitudo intra 120 & 250 Hexapedas continetur: sin minus, per Opera interposita succurri debet.

29. *Coroll.* 2. Ob eandem rationem simulque ad evitandos, quos justo plura Propugnacula requirent, sumptus, eorundem distantia seu LATUS EXTERNUM *AB* (*Fig.* 5.) ejus longitudinis esse debet, ut, spectata simul Fossæ profunditate, ex quavis Ala minimum dimidiæ Cortinæ, adeoque ex utraque simul totus Cortinæ pes videri defendique possit. Neque tamen Latus *AB* 200 Hexapedis longius assumendum est; quia hoc pacto linea defensionis *AG* 140 Hexapedis major evaderet, quod ex Geometricis & Trigonometricis principiis facile deducitur, foretque contra §. præc.

30. IV. *Partes defendentes ictui hostium ne sint nimis expositæ.*

31. *Coroll.* 1. Hinc jam uno & amplius abhinc sæculo excogitatæ sunt Alæ retractæ, suntque vel rectæ vel concavæ (*Fig.* 5.) tectæ ab *Auricula* (Oreillon, *m*) rursum vel recta vel convexa. Alæ concavæ plus spatii amplioremque in oppositam Fossam prospectum dant, quam rectæ: Auricula convexa rectam soliditate superat.

32. *Coroll.* 2. ANGULUS DEFENSUS ne sit nimium obtusus, quin potius Recto minor; citius enim ampla fit strati muri ruina (Brêche) in angulo valde obtuso, quam acuto. Neque tamen nimium acutus fiat, ne ejus vertex Tormentorum vi præmature succumbat. Hollandi 60, Vaubanius 75 gradibus minorem angulum vix admittit, nec 110 gradibus multo majorem. Denique a recto ne multum absit.

33. *Coroll.* 3. Igitur e Figuris Regularibus munitioni aptis Triangulum non est (§. 101. Geom.) Quod si quis angulus nimis acutus existeret, Alæ aut Semicolla augenda sunt, Facies vero minuendæ.

34. V. *Propugnaculum ejusque pars precipua Ala, item Semicollum, tanta sint, quanta sine aliarum partium detrimento esse possunt*, ut majori machinarum bellicarum hominumque numero, & faciendis etiam Regressionibus (Retranchements) locum dent.

35. *Coroll.* 1. Cum juxta Vaubanum Propugnaculum 600 hominum capax esse debeat, unique militi in acie constituto communiter $\frac{1}{2}$ Hexapeda quadrata tribuatur, area propugnaculi 300 Hexap. quadratas minimum capere debet.

36. *Coroll.* 2. Cum Alæ FG (& cujusvis partis defendentis) munus sit, oppositæ Faciei, Fossæ & Viæ Tectæ, hoc est, totius longitudinis QV (*Fig.* 5.) defensio; longitudo illius & constitutio ea esse debet, ut longitudinem QV quam proxime æquet: quæ cum ex dicendis §§. 55 & 56 sit fere 24 aut 26 hexapedarum, Alæ quoque longitudo inter 24 & 30 hexapedas consistet. Ubi simul nota, Alam retractam fieri non posse, nisi recta FG sit minimum 24 hexapedarum, cum Auriculæ diameter *Fi* 6 hex. esse debeat, ut ea sustinendæ Tormentorum vi par sit. Neque tamen nimia Alæ longitudo sit oportet; quia hoc pacto (præter sumptus constructionis) Ala hostili ictui nimium exponeretur (§. 30.) simulque interior Operis area nimis arcta, Fossa vero Alis subjecta nimis ampla redderetur (V. infra §. 98.) angulusve defensus justo obtusior contra §. 32.

37. Schol. *Ob hoc principium auctores plures* Alam ſecundariam *adhibuere? Improbatur quidem in hac defenſio nimis obliqua, militi inſolita, nimiſque obliqua pro tormentis inciſura* (Schieß-Scharten, embraſures) *praterquam quod tota Ala ſecundaria defenſio ad exiguum ſpatium, magnitudini perpendicularis* iG *reſpondens redeat, ob quod tamen Alæ primaria pars* ro *tollitur. Verum ut hæc ita ſint, ſemper tamen erit* iG > ro *& obliqua defenſionis* (*in Forcipulis, ut videbimus, a nemine improbata*) *ictus dirigere poſſunt inciſura vel corbita terra fartæ* (Schantz-Körbe,) *eaque ſerie diſpoſita, ut inciſuras juxta directionem* Ga *aperiant. Præterea inter Alas ſecundarias ſuggeſtus altior in Cortina conſtitui magno defenſionis augmento poteſt. Ex quibus ſequitur, Alas ſecundarias acceptandas eſſe, dum angulus Propugnaculi eſt ſatis obtuſus* (*ut in Polygonis majoribus*) *dumque Alæ primaria juſtæ longitudini inde nihil detrahitur; ſecus eſſe omittendas.* V. Blond Elemens de Fortif. p. 321.

38. *Coroll.* 3. Semicolli longitudo paritet intra 20 & 30 Hexapedas abſolvitur; nam minor, Propugnaculi aream coarctat. Poſt Vaubanum ſtatuunt Auctores ſemicollum pro Munitione *quadrata* $= \frac{1}{6}$; in *Pentagono* & *Hexagono* $= \frac{1}{5}$; in *Heptagono* & *Octogono* $= \frac{2}{9}$; in reliquis uſque ad *Dodecagonum* $= \frac{1}{4}$ Lateris interni; in Propugnaculis demum ſuper linea recta (*Baſtionis Plate* LNda O, *Fig.* 32.) conſtructis $= \frac{1}{7}$.

39. *Coroll.* 4. Cum a ſemicollorum & lateris interni longitudine (§. 28) longitudo CORTINÆ determinetur, ſequitur maximam fore = 150 — 20 — 20 = 110; minimam = 120 — 30 — 30 = 60 Hexapedis.

40. *Coroll.* 5. FACIEI longitudo ſit inter 40 & 60 Hexapedas; cum ſemper ſubjecti campi, ſæpe ſimul externi cujuſpiam Operis partem defendentem, id eſt, Alam agat (§. 34.)

41. VI. *Partes defendentes defenſas reſpiciant quantum licet directiſſime*, tum ob militem juxta directionem Loricæ, cui inſiſtit perpendicularem, jac ulari aſſuetum, tum ob Tormenta, quæ ob inciſuras nimium obliquas etiam pauciora in tali opere conſtitui deberent, neque tamen vel ſic ſubjectam foſſam bene defenſura.

42. *Coroll.* Hinc ANGULUS ALÆ ex mente Vaubani ſit circiter 100 graduum. Nam ſi acutior fuerit, peccabitur cum *Erhardo de Berleduc* & *de Villio* (quorum ille Alam Facici, hic Cortinæ perpendicularem fecit) tum contra hoc principium, tum contra §. 35. *Comes Pagan* faciendo Alam Lineæ defenſionis perpendicularem, principio huic quidem maxime ſatisfecit, attamen Alam inde obtinuit juſto minorem contra §. 36.

43. VII. *LORICÆ Tormentorum hoſtilium impetum ſuſtineant.*

44. Schol. *Experientia teſte Lorica terrea* 18, *ſabuloſa etiam* 22, *per totum murata* 8 *vel* 9 *pedum latitudinem requirit, quo minus globo Tormenti cedat.*

45. VIII. *Munitio nec nimis ſumptuoſa ſit, nec Operum vaſtitate & copia laboret*, quibus fit, ut ſæpe tam exercitus Campeſtris, quam Munimentum conveniente militum numero, aut hic neceſſaria annona deſtituatur.

46. IX. *Principiis his quantum fieri poteſt inhærendum, nequaquam tamen ita, ut paucarum Hexapedarum exceſſus vel defectus in praxi error putetur.* Tironibus determinata quædam dimenſionum ratio proponenda erat, maximam partem ex celebratis *Blondi* itemque *Ozanami Elemens de Fortif. Mailleti, Travaux de Mars, Deidieri Parfait Ingenieur François* & *Sturmii* Kriegs-Baukunſt deprompta.

47. *Def.* SYSTEMA FORTIFICATIONIS eſt methodus, a quopiam inventa, locum, quendam ex præſcriptis TAB. priore regulis muniendi.

48. Scholion. *Varia ejuſmodi Syſtemata a variis excogitata ſunt, quorum cognitio ex Auctoribus §. 46. citatis hauriri poteſt. Univerſim loquendo, noſtro avo primas ferunt tria Syſtemata Cel. Mareſchalli* Vauban, *quod conſtructionem habeant ceteris faciliorem, & ad regulas Munitionis præ reliquis exactam. Tres vero diverſas (aliorum quorundam exemplo) Munitionum ſpecies aſſumit: Formam nempe* Magnam, Mediocrem, & Parvam (Groß-, Mittel-, Klein-, Royale), *ita ut in* Magna *latus Polygoni externi ſit* 200, *in* Mediocri 180, *in* Parva 160 *hexapedarum.* Mediocri, *maxime uſitata, inſiſtemus.*

49. *PROBL. I. Ichnographiam Munimenti perficere juxta Vaubani Syſtema I.* Fig. 5. *Reſol.* Imo PROTOGRAPHIA, ſeu ductus LINEÆ MAGISTRALIS ſic fit: 1*mo* ducatur Polygonum *ex. gr.* hexagonum (§. 104 Geom.) 2*do*: Latere AB in C biſecto erigatur *Perpendicularis* CD, quæ in Hexagono, ceteriſque majoribus Polygonis fit $=\frac{1}{6}$ AB; in Pentagono vero $=\frac{1}{7}$ AB; in Quadrato $=\frac{1}{8}$ AB, ſeu Lateris externi. 3*tio*: ex A & B per D ducantur *Linea Defenſionis* indefinitæ AG & BH. 4*to*: Dividatur AB in 7 partes æquales, fiantque *Facies* AE & BF $=\frac{2}{7}$ AB. 5*to*: Circini pede in E collocato, radio EF ducatur Arcus FG (in figura ad evitandam linearum confuſionem non expreſſus) & inde ex F, radio eodem, arcus EH; FG & EH erunt *Alæ rectæ*: quodſi vero *Alas concavas* (§. 31.) cupis, ductam Alam FG in 3 partes æquales divide, & ſuper $\frac{1}{3}$ = F*i* deſcribe ſemicirculum (vel exactius, erectis ad extremum F, & biſectam F*i*, perpendicularibus FC, & *Lm*, ex eorum interſectione *l* duc arcum *i*F) ceu Auriculam, (*Orillon*) tum in producta linea Defenſionis AG, fac partem Cortinæ refractam (*la briſure*) GO = 5 hexapedis, eidemque æqualem *i*N, partem lineæ ex A per *i* ductæ, quæ Auriculæ pars adverſa (*le revers*) dicitur: demum ex N & O, intervallo NO fac interſectionem in P, indeque deſcribe arcum NO. Quodſi eadem methodo ſuper reliquis Polygoni lateribus, Facies, Alas & Cortinas deſcripſeris, Lineam Magiſtralem perfeciſti.

50. Scholion 1. *Idem obtinebis ope Scalæ, quæ Lateri externo* AB *æqualis aſſumitur, & in* 180 *partes dividetur. En linearum dictarum dimenſiones in numeris.*

Polygon.	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Radius.	127	153	180	206.3	234.3	262.2	291	314	346 4
Perpend. CD.	22	25	30	30	*&c.*	*Facies in omnibus* = 50			

} Hexapedæ.

51. Scholion 2. *Ne item latitudines diverſarum partium, pleriſque Operibus communium, identidem repetere neceſſe ſit, hic ſimul exhibentur; ubi tamen nota, Ambulacri latitudinem ſumi a latere interno Lorica.*

Tal. exter. Op. murat.	*Tal. exter. non murati*	*Loricæ*	*Scabelli, cui* = *Tal.*	*Ambul. Valli & Via Tec.*	*Tal. int. valli*	*Foſſæ magn.*	*Foſſar. exter.*	*Glacis*
$\frac{1}{5}$ *alt.*	$\frac{1}{2}$ *vel* $\frac{2}{3}$ *alt.*	3 *hexap.*	3 *vel* 4 *ped.*	6 *hexap.* ext. Op. 43.†	1 $\frac{1}{2}$ alt.	15.20 hex	12	29 hex.

52. II. Ducta Magiſtrali (*Fig.* 7. *Propugn.* P) ſignentur per meras tenues parallelas 1*mo*: Talus Valli murati exterior (1) in diſtantia $\frac{1}{5}$ altitudinis muri ab imo uſque ad magiſtralem, ſeu Torum muralem, plerumque 5, vel 6 pedum. 2*do*: Loricæ latus internum (3) in diſtantia 3 hexap. a Magiſtrali (2) 3*tio*: Scabelli latus internum (4) a Lorica 3, vel 4 pedibus diſtans. 4*to*: Ambulacri latus internum (5) a Lorica 6 hexap. diſtans. 5*to*: Talus Valli interior (6) in diſtantia 1 $\frac{1}{2}$ alt. Valli, ſeu 24, vel 27 ped. *NB. in Alis concavis, ex eadem concavitatis centro ducuntur arcus* paralleli, *ſub nunc dictis diſtantiis, dempta Lorica Auricula, quæ recta* Fi *parallela ducitur.* (*Fig.* 5, 9).

53. Schol. 1. *In Formis minoribus ob ſpatii anguſtias Talus exter. & Scabellum non ſignantur.*

54. Schol. 2. *Indicentur quoque aditus, ſeu acclives aſcenſus* (Auffahrten) *in ambulacra* (Rampes, *Figg.* 7, 9, 11) *pro diverſitate Propugnaculorum, vel vacuorum nempe, vel planorum, de quibus infra §. 95. Latitudo horum acceſſuum eſt* 10, *vel* 12 *p.*

55. III. FOSSA *1mo.* Radio 18, vel 20 hexap. æquante, ſuper Magiſtrali ex angulis Propugnaculi duc arcus QR. *2do*: Regula humeris E, & F applicata, a perpendiculari CD, hinc verſus Q, inde verſus R ducantur rectæ SQ, & SR, quæ ſimul in puncto concurſus, S efficient angulum retractum (*angle rentrant*) Viæ Tectæ *g*S*g*.

56. IV. VIA TECTA. *1mo.* in diſtantia 6 hexap. a QS, & SR ducatur parallelum latus Loricæ internum *d*V, & *d*X. *2do*: in ſingulis angulis retractis conſtituantur *ARMILEGIA* (Waffen- vel Sammlungs-Plätze, Places d' armes) *fedef* nempe 12 utrinque hexapedis ex *d* in *e*, & *e* translatis, erunt *de* Armilegii *Semicolla*. Tum radio = 15 hexap. ex utroque *e* fac interſectionem in *f*, erunt *ef* Armilegii *Facies* (*NB. poſſunt ſemicolla etiam fieri* 16, *Facies* 20 *hexap. ut Via Tecta, ipſaque angulorum prominentium (faillans)* V, X *Armilegia amplicrem ex angulorum retractorum Armilegiis defenſionem nanciſcantur*. *3tio:* fiant *LORICÆ TRANSVERSÆ* (*Traverſes*) hoc modo: ex utroque puncto *e* demittantur perpendiculares *eg*, & in 3 ab his hexapedarum diſtantia ducantur parallelæ *ii*. Loricæ Tranſverſæ angulorum foras ſalientium obtinentur, producta uſque ad Viam Tectam Facie oppoſiti Propugnaculi, & erecta ad punctum occurſus *n* perpendiculari *no* alteraque huic ad 3 hexaped. diſtantiam parallela *pq*. In his acclivitas Loricæ, Armilegium reſpicit, in angulis vero retractis acclivitates Loricarum Tranſverſarum reſpiciunt angulos foras ſalientes, quos defendunt; unde conſtat, qua parte Scabella ſignanda ſint. Ne vero Transverſæ hæ communicationem inter partes Viæ Cooperte intercludant, tranſitus *oq*, 3 pedes circiter lati aperiuntur. *4to*: ſignetur Scabellum Loricæ Viæ Tectæ. *5to*. Pro Lorica Viæ Tectæ determinanda, in diſtantia 20, vel 25 hexap. ab ejus latere interno *vici*X, ducantur parallelæ *rsux*; ac demum anguli Loricæ hujus ſuperficiem repræſentantes, lineis *Vr*, *et*, *Xx* jungantur.

57. *PROBL. II. FORCIPVLAM conſtruere, cum, & ſine Alis, item ſimpliciſſimam.*

I. Reſ. Fig. 9. *1mo*: duc *mn*, 3 hexap. a Cortinæ Magiſtrali diſtantem, & parallelam. *2do:* duc *ns*, & *mr* ab Alis rectis 5 hexap. diſtantes, iiſque parallelas. *3tio.* Biſeca D*r*, & D*s* in *t*, & *u*. *4to*: ex *t*, & *u* demitte perpendiculares ad Lineas Defenſionis *m*D, & *n*D; erunt *tc*, & *ud* Alæ, *rt* vero, & *us* Facies. *5to:* In 3 hexap. diſtantia a linea *mn* ducatur parallela *ab* ceu latus internum Loricæ, ambulacri latitudinem determinans, rurſumque poſt 3 hexap. Loricæ latus externum *cd*, quod ſimul Alarum longitudinem terminabit. *6to*: duc Alarum, & Facierum ambulacrum in diſtantia 6 hexap. ab interno Loricæ latere. *7mo*: Cortina Forcipulæ, plerumque foſſa intermedia, 12, vel 15 pedes lata dirimitur, parteſque *a* & *b* ponte communicant, qui indicari quoque poteſt. *8vo*: denique duc Loricæ Scabellum, quod in Forcipulæ Faciebus plerumque duplex eſt, quia harum Lorica altior fit, ut in Alis Forcipulæ conſiſtentes tegant.

58. *II. Reſ.* Forcipulæ Simplicis, ſeu Alis deſtitutæ conſtructio tum ex nunc dictis tum ex Fig. 11, vel 12 facile intelligitur: id unum obſerva, ambulacrum illius fieri undique 6 hexapedarum, quam latitudinem, ſi Lineæ Defenſionis non admittant, anguli extimi, juxta lineam *mn*, 3 hexap. a Cortina diſtantem, reſecantur, ut *bb* in *Fig.* 10.

59. *III. Reſ. Fig.* 7. *1mo*: Juxta Lineas Defenſionis duc *ro*, & *so* pro latere interno Loricæ, tenuique linea Scabellum ſimul ſigna. *2do*: latus ejus externum, ſeu acclivitatem *tunt* fac interno parallelum in diſtantia 10, vel 12 hexapedarum.

60. Schol. *Forcipulæ conſtruuntur in Foſſis tum aqueis, tum ſiccis; in his tamen foſſa tranſverſa, Loricis tecta* (Caponiere) *iis adjungi ſolet.*

61. *PROBL. III. Forcipula cuivis adnectere Foſſam loricatam, CAPONIERE.*

Reſ. 1mo: Prolongentur latera Foſſæ Forcipulam dirimentis (§. 57.) uſque ad oppoſitam *ex. gr.* Parmulam R; erunt *oo* latera interna duarum Loricarum *ou* & *ou*, penes quæ etiam 2 ſcabella ſignari poterunt. *2do*: in 10, vel 12 hexap. diſtantia ſignentur utrinque Loricarum declivitates. *3tio*: ut exitus militum ad R ſit tectior, angulus retractus oppoſitæ Parmulæ mutetur in triangularem, quadrangularem, vel circularem concavitatem.

62. OPERUM EXTERNORUM finis est augere defensionem præcipue partium debiliorum Munimenti; tegere pontes; in præsidii emolumentum convertere vicina editiora loca, secus hosti profutura; concludere etiam inter se suburbia; ac demum diuturnam hosti & difficilem oppugnationem reddere.

63. Eorum constructio & dispositio nititur itidem Principiis TAB. præced. allatis; hæc tamen habent singularia.

I. *Quodvis Opus Externum cingi debet Fossa, cum Fossa primaria Munimenti communicante, 10 vel 12 Hexap. lata.*

64. II. *Ita constructa esse debent, ut licet jam occupata, hostem tamen adversus ictus e præsidio aliisve vicinis Operibus mittendos non tegant: neque inferiori alicui Operi dominentur, aut secuto in interiora receptu præsidiarium militem intercludant.*

65. *PROBL. I. SEMILVNAM*, seu *PARMVLAM construere, sine vel cum Alis.* Fig. 9.

I. Res. Signata Fossæ latitudine capiantur in oppositorum Propugnaculorum Faciebus duo puncta *p* & *q* ab angulo Humeri 4 vel 5 *hex.* remota. 2*do*: Ex angulo Alæ intervallo *Gp* describatur arcus, perpendiculari DL occurrens, erit L vertex anguli Semilunæ. 3*tio*: Regula ad L & p, tum ad L & q, applicata usque ad Fossæ initium ducantur Semilunæ *Facies* LX & LY; & denique *Semicolla* X*Z* & Y*Z*. *Z*L est *Capitalis* Semilunæ. 4*to*: Per parallelas signantur latitudines, Loricæ quidem 3, ambulacri 4, acclivitatis $2\frac{1}{2}$ hexapedæ. 5*to*: Signetur Scabellum & accessus (*Rampe*). 6*to*: Ducatur in 12 orgyarum distantia Fossa, Faciebus Semilunæ parallela, parte tamen angulum respiciente arcuata.

66. *II. Res.* Alæ Semilunæ sic construantur: Ex X in *b* transfer 10, in *d* vero 7 Hexapedas, punctaque *bd* junge (Conf. *Fig.* 27.) Idem fac in parte Y.

67. Schol. 1. *Intra Semilunam majorem quandoque* minor, *seu* Reductus (*Reduit*) *construitur* (Fig. 27.) *hoc modo: Assume Reductus Lineam Capitalem* = 15 *usque ad* 23 *hexap. inde duc Facies & Alas quoque, Faciebus & Alis Semilunæ majoris parallelas. Datur Reductui plerumque Lorica murata duntaxat* $1\frac{1}{2}$ *pedis, incisuris instructa pro porrigendis Sclopis; Fossa Reductus* 4 *vel* 6 *hex. lata sit. Servit Reductus receptui militum e Semilunæ ab hoste ejectorum, qui eidem longiore etiam tempore negotium inde facessere poterunt, antequam in Semilunæ firmo tutoque pede consistat.*

68. Schol. 2. *Si Semilunam* Lunulis majoribus *tegere velis*, 1mo: *prolonga Facies XL & YL.* 2do: *fac OM* = 30, om = 15 *hexapedis; erunt OM & Oo Facies; Mm vero & mo Semicolla Lunulæ. Angulus Lunulæ O superare, minimum æquare debet* 60 gr. (§. 32.) *Habent Lunulæ suam Loricam cum Scabello & ambulacrum valli cum Talo, Fossamque sub dimensionibus iisdem, sub quibus Semilunæ. Quandoque Lunula fossa intermedia, Faciei MO parallela dividit: minori parti* md *æque ac Majori MD proprium vallum & Lorica datur. Denique prodictis Lunularum Semicollis* m *M construetur facile parva Semilunula* l, *si Semicollo cuique dentur* 10, *Faciebus vero* 12 *orgyiæ, fossa faciebus illis parallela, sit* 5 *vel* 6 *orgyiarum. Patet vero Lunulam* mO *Fossæ a Faciebus Propugnaculi; Fossam vero intermediam* d*D a Facie Semilunæ R defendi. Semilunula* l *a faciebus Lunularum* m*O defenditur quidem, attamen occupata semel ab hoste Lunula* ex. gr. *MD, fossa Semilunulæ ex hac parte omnis defensionis expers est, hostiumque receptui aptissima; præterquam quod miles præsidiarius in hac Semilunæ* l, *Lunulis humiliore, existens, hostili ictui pateat. Idem est* (Fig. 7.) *de duabus ejusmodi parvis Semilunulis G & H, quæ ex adverso Facierum Semilunæ majoris construi a quibusdam solent. Unde merito improbantur.*

69. *PROBL. II. Semilunam Propugnaculi* (*CONTREGARDE*) *Construere* Fig. 11.

Res. Constructis Semilunis Cortinæ A & B accipiatur hinc CD, inde EF = 16 hexducanturque Facies DH & FH parallelæ ad CG & EG. Vallum, Lorica & Fossa ducantur parallelæ ejus Faciebus. Ambulacrum valli fit duntaxat 3 hexap.

70. Schol. *Non ſit latius ambulacrum, ut hoſtem, etſi in hac Semiluna jam conſtitutum, terra deſtituat tum pro faciendo ſuggeſtu ad quatiendas Facies Propugnaculi, tum pro ſui adverſus Propugnaculi ignem obvallatione. Semiluna Propugnaculi ejuſque Foſſa a Faciebus Semilunarum Cortina A & B defenduntur. Semiluna Propugnaculorum, quales olim fiebant, Alis quoque inſtruebantur; verum quia ha hoſti deinceps ſervire poſſunt pro quatiendis Semilunis Cortina, nunc plerumque omittuntur. Uſus & finis Semiluna hujus eſt, propugnaculum, cui præſtruitur, ſimulque vicinorum Propugnaculorum alas, a quibus ipſa viciſim defenditur, tegere.*

71. *PROBL. III. OPUS CORNUTUM conſtruere, ante Cortinam vel ante Propugnaculum.*

I. Reſ. (*Fig.* 13.) Ductis Propugnaculis & Foſſa munimenti, 1*mo*: In Perpendiculari CD indefinite prolongata cape *e*E = 130 hex. (vel 120) 2*do*: Erecta ſuper E Perpendiculari fac EF = EG = 70 hex. (vel 60). 3*tio*: In Propugnaculorum oppoſitorum Faciebus AL & BH, ſume LI = HI = 10 hex. & ex I ad F & G duc Alas ſeu *Brachia* MF & NG. 4*to*: Fac EO = $\frac{1}{6}$ FG = 23 Hex. (vel 20) 5*to*: Duc lineas defenſionis FP & GQ indefinitas, in iiſque fac Faciem Propugnaculi FR = GS = $\frac{2}{7}$ FG = 40 Hex. (vel 35) Alaſque, Foſſam &c. more ſolito determina. (§. 49 ſeqq.)

72. *II. Reſ.* (*Fig.* 14.) 1*mo*: In Propugnaculi Capitali D*e* indefinite producta accipe *e*E = 130 hex. (vel 120). 2*do*: Erecta ad hanc perpendiculari fac EF = EG = 70 hex. (vel 60). 3*tio*: In adjacentium Semilunarum Faciebus ſume LI = HI = 15 hex. & ex I ad F & G duc Alas MF & NG. 4*to*: Fac EO = $\frac{1}{6}$ FG = 23 hex. (vel 20). ceteraque ut §. præced. conſtrue.

73. *PROBL. IV. OPUS CORONATUM conſtruere ante Cortinam vel ante Propugnaculum.*

I. Reſ. 1*mo*: In Perpendiculari DC indefinite producta, ſub radio = 150 vel 100 hex. (*Fig.* 15.) ex *e* duc arcum FEG, eumque apertura circini = 120 hex. interſeca ex E in F & G, erunt ductæ FE & EG latera externa hujus Operis. 2*do*: In Propugnaculorum Faciebus ſume LI = HI = 15 hex. ceteraque ut in Opere Cornuto perage: Cortinis præſtrue Semilunas P, P (§. 65.)

74. *II. Reſ.* Capitali indefinite producta radio = 150 hex. ex angulo Propugnaculi duc arcum, ceteraque ut Reſ. præc. perfice, niſi quod Alæ in Facies Semilunarum terminentur, ut in ſimili factum eſt §. 72.

75. Schol. De Operibus ultra Viæ Tectæ Loricam conſtrui ſolitis (Fig. 10). *In locis aquoſis præcipue, Lorica Via Tecta rurſum Foſſa parallela* (Avant-Foſſé) *cingi poteſt: tum ex adverſo angulorum recedentium* f & g, *ultra ſecundam hanc Foſſam conſtruuntur varii Reductus, Lunulæ, uti* h, i; *aut etiam Opera Cornuta vel Coronata, qua cum interiore Via Tecta communicant, vel* (*quod optimum*) *per cryptas ſubterraneas, vel per Foſſas utrinque loricatas, & minimum in extremo Tranſverſis* t, t (*hoſti proſpectum in Armilegia* f, g, *eripientibus*) *tectas. Ceterum in ejuſmodi Operibus præter Principia Generalia TAB. III. itemque §§. 63 & 64 allata, obſervandum etiam eſt, ut ſint eo loco modoque conſtructa, ut hoſtis ea impetere cogatur, & quidem in fronte ſeu Faciebus, neque ea quatere retrorſum, ſeu in Semicollis poſſit. Hinc melius angulis retractis, quam foras porrectis præſtruuntur Lunulæ, cum in retractis conſtituta, angulos Lorica extimos ſeu Via Tecta foras porrectos V* (*quibus ſemper primum imminet hoſtis*) *intra ſe quaſi concludant & defendant, proinde neceſſitatem imponant hoſti, has pra ceteris operibus expugnandi. Nihilominus tamen & angulus foras porrectus V muniri poteſt Lorica propria* nVx (Flêche) *ita ut fiat* nV = Vx = 15 *vel* 20 *hex. Lorica hac ſi ſecundaria Foſſa* (*Avant-Foſſé*) *abſit, propriam Foſſam* Vy, 8 *vel* 10 *hex. latam acquirit. Ultra hac ipſa Opera, tum ad arcendum longius hoſtem, tum ad protegendos pontes, catarractas &c., conſtruuntur adhuc magis diſſiti Reductus, vel quadrati, vel Semilunas, aut Propugnacula reſecta* (Baſtion detachés) *imitantes; conſtantque fere ſola Lorica, quam Foſſa ambit; quandoque tamen Vallum habent* 3 *vel* 4 *hex. latum.*

76. *Def.* ARX, sive CASTELLUM, est munimentum majus, Quadratum, Pentagonum, vel denique Hexagonum, munimento primario adjectum, ad Cives in Officio continendos, aut perduelles castigandos, defensionemque munimenti primarii augendam. *Fig.* 16.

77. *Coroll.* 1. Igitur Castellum urbi, non vero hæc ulli illius parti dominetur, oportet.

78. *Coroll.* 2. Urbis pars Castello opposita, munitione careat, neque urbem inter, & castellum, ad sclopi jactum domus ulla intersit, ut sic nullum civibus adversus castellum munimentum sit. Spatium vacuum, urbi, & castello interjectum, *Esplanade* dicitur.

79. *Coroll.* 3. Fluvio item, urbem forte alluenti (ne castellanum præsidium commeatu interdici possit) & catarractis castellum dominetur: adeoque in medio urbis constitui non potest, verum ita, ut pars urbi immineat; vel tandem, si ob situs circumstantias, longius ab urbe removeri debeat, Opera habeat, per quæ urbi conjungatur.

80. *Coroll.* 4. Castellum majori cura, quam ipsa urbs, muniendum est; secus hostis occupando Castello unice intendet, quo obtento, Urbe facile potietur; non vice versa, occupata Urbe, Castello dominabitur.

81. *PROBLEMA. Arcem munita urbi adjungere.*

Resol. Sit Arx Urbi jungenda in parte A, B, C, quam occuparent 3 Propugnacula lineis punctatis expressa. *1mo*: produc indefinite Capitalem *d*B, in qua (prout plus minusve immissam urbi Arcem cupis) assume punctum *c*, per quod eriges perpendicularem *ab*, in eaque capies *ac* = *cb* = 90 hexapedis, ut sit totum *ab* = 180 (§. 48.) 2*do*: si Arcem cupis quadratam, ex §. 50 sume radium = 127 *org.*, eoque ex *a*, & *b* fac intersectionem in *y*; erit *y* centrum Arcis, & circuli, cui Quadratum desideratum inscribes, juxta regulas TAB. IV. muniendum, adjunctis externis, queis opus fuerit, Operibus. 3*tio*: denique Viam Tectam Arcis, urbi junge juxta lineas *a* A, & *b*C ex propugnaculis Arcis ad propugnacula urbis ductas, quæ *Linea Communicationis* dicuntur.

82. Scholion 1. *In Resolutione hac, Arcis Cortina directe obvertitur urbi; quodsi illi Arcis Propugnaculum imminere cupias, in eadem linea* Yy *assume punctum quoddam* c *pro vertice Propugnaculi, tum radio* cy *in nostro casu* = 127 *org. describe circulum, ceteraque, ut dictum, perfice. Lineas communicationis ad vertices Propugnaculorum urbis duces vel ex Semilunarum verticibus, vel ex medio duarum Cortinarum Arcis, qua ultima dispositio optima est.*

83. Scholion 2. *Linea Communicationis* Aq, & Cq (*nisi post* 50 *hexap. ab Arce distantiam*) *Vallum non habent, sed murum duntaxat campo obversum,* 4 *vel* 5 *pedes crassum, altitudine Vallo urbis æqualem, cui Lorica item murata,* 2 *pedes crassa,* 6 *alta superstruitur. Ex adverso linearum communicationis, seu ex parte Arcis commode Lunula objicitur,* ex. gr. *in spatio* rr.

84. Scholion 3. *Arces urbium maritimarum, urbi simul, & portui, & campo dominari debent. Earum figura a situ loci pendet.*

85. Scholion 4. *In interiore parte, seu Corpore Arcis vel Munimenti cujuscunque* (Corps de la Place) *Templum, Gubernatoris ac militum civiumque habitacula, annonaria & armamentaria domus constituuntur ita, ut forum in ejus centro constitutum* (*idque vel quadratum, vel polygonum, Munimenti Lateribus parallelum*) *ambiant Templum; Gubernatoris, Civica & Nobilium, annonaria item & armamentaria domus. Fori area pro numero militum Munimenti defensioni necessario* (Vide infra §. 160.) *facile determinatur ex dictis in Planimetria, cuivis militi dimidiam hexapedam quadratam tribuendo. Forum Quadratum meliorem admittit domorum & platearum dispositionem, quam polygonum, versus quod platea juxta Radios ducuntur. Platearum dispositio patet ex* Fig. Munimenti TAB. I. *Præcipuarum latitudo sit* 8, *aliarum* 4 *hexapedarum; inter Talum interiorem & domos relinquitur spatium* 15 *hex. latum, quod occupant militum habitacula* (Cazernes, *MSM*) *a domibus civicis per plateam* 4 *hex. latam distincta; a Talo vero interiore* 2 *vel* 3 *hex. remota. Ante Portas* (*etiam Exteriorum Operum*) *amplius intervallum sit tum pro domibus Vigiliarum* (Corps-de-Garde) *tum pro colligendis ante eas militibus. Porta, solido fornice per Valli latitudinem ducto, plerumque medio Cortina, loco Munimenti maxime defenso, inseruntur* (Fig. 27.) *In medio fornicis ferics tignorum* (Fallbaume, Orgues) *sibi fere contiguorum & inferne ferrea cuspide armatorum, e catenis singula* (*potius quam transversis tignis connexa*) *suspenduntur, qua demissa Porta quasi repagulum sint. Portis præstruuntur Pontes lignei, per Exteriora etiam Opera, non tamen directa serie* (*quod & in ceteris viis observandum*) *perducti, ne omnes simul recta ab hoste inspici queant. Unus pontis cujusvis pars fixa est* (Pont-dormant) *altera versatilis* (Zug- vel Falle Brücke, Pont-levis) 12 *vel* 15 *pedes longa. Extremum Pontis portam obtinet, e tignis* 7 *ped. altis,* 5 *vel* 6 *dig. latis compositam.* V. Belidor. l. c. L. IV. c. 5, seqq.

86. I. Principium. Altitudo Valli *ſupra loci Horizontem* XA (Fig. 22.) *uſque ad Torum muralem* N *communiter aſſumenda eſt trium Hexap. Nam Vallum valde altum melius quidem regit urbem, militique amplius ſubjecta regionis ſpatium aperit; attamen* Imo: *ejus conſtructio & conſervatio magnorum ſumptuum eſt.* 2do: *Ictui hoſtili eſt magis expoſitum, niſi Externa Opera etiam admodum elevata ſint, vel valde diſtantia; vel demum Loricæ declivitas juſto major (proinde ſuperior ejus pars ſuſtinendo Tormentario globo impar) fieri deberet; ut in Externa Opera proſpectus & defenſio obtineatur.* 3tio: *Sclopi ictus verſus Horizontem nimis inclinatus multo pauciores perit, terraque prius immergitur; Tormenti vero directio ſub angulo deorſum tam acuto, difficilis ſimul eſt, & Tormenti Canterio ſeu lectica* (Affut, Laſeten) *nocivus. Mediocris, nempe* 3 *hexapedarum altitudo enumerata incommoda evitat, neque tamen facilem hoſti acceſſum reddit, ſi Foſſa, ſicca quidem itidem* 3 *hexapedis; aquoſa vero minimum una hexapeda infra eundem horizontem deprimatur.*

87. II. Altitudo Loricarum *ſit* 6 *vel* 7 *pedum, e quibus* 2 *circiter Scabello obveniant; reliqui Corpus militis præſidiarii tegunt. Humeri & caput antepoſitis Corbibus terra repletis, riteque diſpoſitis* (Tab. V. F. 33.) *protegi poſſunt.*

88. III. Externorum Operum Semicolla *Loricas non habeant, tum ne præſidiariis neceſſarium in ea proſpectum eripiant, tum ne hoſtem, tali Opere jam potitum, tegant.*

89. IV. Valla Operum Externorum *hoſti obverſa eo debent eſſe humiliora, quo ſunt remotiora a Vallo primario, ita quidem, ut Vallum* ex. gr. *Semilunæ ſit* 3 *pedibus demiſſius, quam Vallum Cortinæ; Vallum Perſpicilli* 3 *pedibus demiſſius quam Vallum Parmulæ &c. Quo facto valla viciniora remotioribus, omnibuſque ſimul primarium Vallum dominabitur. Vallum Forcipulæ lineam horizontalem attingit plerumque.*

90. Schol. *Quidquid eſt terreorum aggeſtorum in Operibus ſeu in-ſeu externis, eſt vel muro* (Revêtement) *undique circumdatum* (revêtu) *vel aliquæ ſolum parte* (à demi-revêtu) *vel ſolum ceſpite tectum* (Gazonné). *Pro primo & 2do caſu muri æque ac eriſmatum* (Strebpfeiler / éperons, Contreforts) *poſt* 15 *quoſque pedes locandorum dimenſiones ſequens tabella ad Vaubani mentem & Belidori correctionem exacta in pedibus & digitis exhibet.* (Fig. 8.) AB *eſt Latus muri externum;* CD *interius ſeu terram ambiens;* mnop *eſt Eriſma;* mn *Radix;* op *Cauda;* rs *Longitudo eriſmatis dicitur.*

Altitudo muri NO	10	20	30	40	50	60	70	80
Latitudo muri ſuprema tN	4. 0	4. 6	5. 0	5. 6	6. 0	6. 6	7. 0	7. 6
Latitudo muri Fundament. tQ	6. 0	8. 6	11. 0	13. 6	16. 0	18. 6	21. 0	23. 6
Longitudo Eriſmatum	4. 0	6. 0	8. 0	10. 0	12. 0	14. 0	16. 0	18. 0
Radix Eriſmatum	3. 0	4. 0	5. 0	6. 0	7. 0	8. 0	9. 0	10. 0
Cauda Eriſmatum	2. 0	2. 8	3. 4	4. 0	4. 8	5. 4	6. 0	6. 8

91. *PROBLEMA. Exhibere Sectionem* (Profil).

Sit (*Fig.* 10.) pars Munimenti Regularis, fingaturque ſecta juxta lineam XAZ, etſi compoſitam. Cum conſtent partium ſingularum altitudines ex §§. præced. Latitudines vero ex TAB. IV. vel ex typo Ichnographico deſumi poſſint, facili negotio partium Sectio in pedibus exhibebitur, quæ ob chartæ anguſtias juxta Lineas XAAZZ connexa concipi debet. Nempe 1*mo*: Duc Lineæ Horizontalis partem XA, quæ repræſentet ipſum Planum horizontale, cui locus inſiſtit. 2*do*: Fiat Scala proportionata tum chartæ, tum diſtinguendis partibus. 3*tio*: Fac XC = 24 *ped.* & perpendicularem CD = 18 cui demes partem VD = 2 *p.* pro aliqua Ambulacri ad demittendam pluviam declivitate. 4*to*: Duc ipſi XC parallelam indefinitam DN, ex eaque accipe partem DE = 30 *p.* 5*to*: Super E erige perpendicularem EF = 2 *p.* 6 *dig.* & duc FH priori DE parallelam, facque FI æque ac IH = 4 *p.* tum ſigna acclivitatem Scabelli EI. 6*to*: Erige perpendicularem HG = 4 *p.* 6 *dig.* & duc GL parallelam ad FH, & fac GK = 1 *p.* 6 *dig.* pro determinanda acclivitate Loricæ interna HK. 7*mo*: Fac KL = 3 hex. & ex L demitte indefinitam perpendicularem LO, in eaque cape I.M = 3 *p.* pro determinanda declivitate Loricæ KM (*NB.* Hæc Loricæ declivitas variat, nempe KM producta terminari debet in oppoſita Via Tecta) 8*vo*: Ducto per N ſemicirculo, cujus diameter circiter 1 *p.* 6 *dig.* noretur Torus muralis. 9*no*: Fac NO = 36 *p.*; & duc parallelam indefinitam OY. 10*mo*: Fiat OP = 7, ducque Valli acclivitatem ext. NP. 11*mo*: Ob NO = 36 fac (§. 90) Nt = 5 vel $5\frac{1}{4}$; ts = 9 & ductis ad No parallelis tS & sT, fac tQ = SR = 13; QR vero circiter 12 (*Conſer* §. 48 *Areh. Civ.*) 12*mo*: Fiat Latitudo Foſſæ hn = 18 &c.

92. Fig. 24. exhibet Foſſæ utrinque Loricatæ (*Caponiere*) Orthographiam.

TAB.

93. I. *Univerſim.* Etſi Architectus Militaris eam conſtruendis Operibus materiem adhibere debeat, quam regio, locique ac temporis circumſtantiæ concedunt, firmitati tamen undique quam maxime conſulat oportet, principiis etiam ex Archit. Civ. petitis. Equidem murorum Opera conveſtientium & Eriſmatum dimenſiones datæ jam ſunt §. 90; hæc tamen præterea obſervatu digna ſunt, videlicet murum Foſſitio, vel ſecto lapide conſtructum præter ſumptus id habere incommodi, quod globorum vi, magna ſtatim ſui parte hiet, ruptiſque fragminibus tum præſidiarium militem impetat, tum Foſſam oppleat. Lateritius e contra haud multo majus globo foramen recipit: Vallum denique aut Lorica ſolo ceſpite tecta præter idem commodum ſumptus ſimul minores habet. Verum cum Vallum ſolo ceſpite veſtitum (quale cum dimenſionibus ſuis exhibet *Fig.* 25) majorem Talum requirat, adeoque facilius ſcandi ab hoſte poſſit, eidem in ipſo Loricæ pede palorum, 8 vel 9 pedes longorum ſeries (Gallis *fraizes*, P) circumdari ſolet, qui ultra ſui dimidium terræ infixi, & tranſverſis trabibus *r* connexi, vertices quaqua verſum porrectos verſus Foſſam deorſum aliquantum reclinant, ut ſic inclinati illapſas forte hoſtiles Bombas & Granatas in Foſſam demittant. Hæc palorum ſeries ſimul militi transfugia prohibet. Solet quidem & Foſſæ Margo *hf* ejuſmodi palis, attamen ſurſum erectis *g*, vel etiam vivo, ut ajunt, ſepe, id eſt, plantata arborum ſerie muniri; quæ munitio, in locis præcipue paluſtribus præclari uſus eſt.

94. *Coroll.* Ex his rite perpenſis ſequitur, Vallum Semi-veſtitum, *demi-revêtu* (quale in muniendis Neo-Briſaci Forcipulis, atque Cortinarum & Propugnaculorum Semilunis elegit Vaubanus, *Fig.* 23) ceteris fere præferendum eſſe.

95. II. PROPUGNACULUM *Vacuum* dicitur, quando latus Valli internum ejuſque acclivitas ducuntur Faciebus & Alis parallela, ut in Propugnaculis A, B, I *Fig.* 6, 7, 9. In his Propugnaculis pulveris pyrii, annonæ & armorum promptuaria, *Magazins*, conſtitui ſolent (melius fortaſſe juxta Cortinam conſtituenda ob §. 34) 10 hexapedas longa, 6 lata 8 pedes alta: breviorum laterum craſſities in fundamentis fit 5; ſuperne 4 pedum; longiorum vero in fundamentis 9 vel 10; ſuperne 8 pedum. Longiora latera firmantur 4 vel 5 eriſmatibus 6 pedes longis, 4 latis. Fornix Semicircularis muris impoſitus & Bombarum vi par, verſus faſtigium 8 vel 9, inferne 3 dumtaxat pedes craſſus eſt.

Propugnaculum *Plenum* dicitur, dum latus Valli internum terminatur Vallo Cortinarum producto, ut in *Fig.* 11. In ejuſmodi Propugnaculis conſtitui ſolent Suggeſtus altiores (*Cavaliers*) quos olim circulares; alii lateribus, Magiſtrali parallelis, ut *abcem*; alii, ſpatio parſuri, in formam arcûs *abn* fecere; alii demum ob §. 34. aptius in Cortinis conſtruunt. Altitudo horum Suggeſtuum pro ſitu aliorum Operum variatur. Suggeſtuum horum finis eſt, dominari latius hoſtemque eminus ſpectare, ignemque multiplicare. Ceterum quantitas terræ conſtruendo Vallo neceſſaria in praxi decernet, Vacuumne an (quod præplacet) Plenum Propugnaculum conſtruendum ſit.

96. III. ALÆ humiliores, *Places baſſes* (quales habent *Anonymus* Gallus *Blondel*, *Borgsdorff*, *Ozanam*, *Pagan*, *Speckle*, *Coehorn*, aliique) interjecta Foſſa ab altioribus ſejungendæ ſunt, tum ut hoſtiles Bombæ minus obſint, tum ne Ala inferior delapſis e ſuperiore ſaxis & terræ obruatur. Olim in Alis ſuperioribus ſeu tectis cryptas ſubterraneas arcuatas (*Casemattes*) fecere, inciſuris inſtructas; verum *Imo:* fumus machinarum ſolutione in his cryptis cauſatus tolerari vix poteſt. *2do*: Bombæ eas, cumque ipſis magnam Alæ partem facile diruunt.

97. IV. FOSSA terminari poteſt ex R in Alæ punctum *e* (*Fig.* 6.) 3 vel 4 hexap. ab Humero *c* remotum: tum quia aliunde Lorica Humeri tantundem ſpatii in ipſa Ala occupat (§. 51.) tum quia ſic ducta Foſſa ſimul facit, ne hoſtis ex eodem ſuggeſtu, ex quo Alam quatit, Humerum ſimul impetere poſſit. Si Foſſa Faciebus Propugnaculi, & multo magis, ſi Cortinæ ſimul, parallela duceretur, uti *pytsxm*; patet in primo caſu Alæ partem *ec*; in ſecundo totam Alam *ac* defenſioni oppoſitæ Foſſæ & Faciei BT inutilem fore. Hic Veterum quorumdam error fuit. Unde ſimul patet, Foſſam Cortinæ Foſſa Facierum latiorem eſſe debere. Demum ſi Foſſa in punctum quoddam *r* Faciei oppoſitæ *cI* terminaretur, pars *cr* ab hoſte ex duobus ſimul Viæ Coopertæ locis R*o* & *z* impeti poſſet.

98. Foſſa juſto Latior & profundior *1mo:* nimio labore & ære conſtat. *2do:* nimium lata pedem Valli æquo citius offert conſpectui hoſtium; nimium profunda difficulter per Alarum Tormenta defenditur. Cæterum Foſſæ Latitudo & profunditas pendet a copia terræ conſtruendo Vallo, aliisque operibus neceſſaria; ſemper tamen ejus Latitudo ſit ejuſmodi, ut miles in Loricæ Vallaris ſcabello conſiſtens Viam Tectam inſpectare poſſit.

99. Optima Foſſa eſt, quæ ſuperatis Siccæ, ut ajunt, Defenſionis Operibus omnibus ab hoſte jam occupata, Catarractarum ope pro libitu aqua repleri poteſt. Si latior (*ex. gr.* 20 *vel* 30 *bexapedarum*) fluvius urbem alluat, per Fornicem in Cortinæ (ut ab Alis defendatur) pede ſtructum, recta ſecundum latitudinem Foſſæ deducitur, ne per ejus longitudinem delabens, limum aggerat. Oſtia, per quæ fluvius decurrit, ferreis clathris, catenis aut palis obmuniri debent. Foſſa aquoſa obſeſſis eruptiones, & communicationem cum Operibus externis; oppugnantibus vero acceſſum & ſtruendas inſidias difficiliores reddit, quam Foſſa ſicca.

100. Ad cohibendam in Foſſa aquam repagulum muratum (*Batard. au*, r, *Fig.* 12.) conſtrui ſolet, 15 vel 18 pedes craſſum, nunquam Viæ Tectæ Lorica altius, ne ab hoſte eminus conſpici impetique poſſit. Conſtruitur vero in angulis prominentibus (*Saillans*) quia in omni alio loco, tegendo hoſti ſerviret. Superne tectum diſpluviatum habet, Gallis *Cape* dictum; per quod ne tranſitus ſeu deſertori militi, ſeu ſpeculatori hoſtili pateat, ejus medium turriculæ 6 vel 7 pedes lata totidemque alta occupat. In Typo Ichnographico ſignatur per lineas parallelas; quarum media tecti faſtigium, circulus vero turriculam repræſentat.

101. V. FORCIPULÆ ſubſtitutæ ſunt Vallo inferiori (*Fauſſebraye*) rejecto, *1mo:* quia Facies illius ex Via Tecta, ejuſque Lorica ſecundum longitudinem ſuam inſpici (*être enfilées*) poterant. *2do:* Quia fragmina e ſuperiore Vallo quaſſato dilapſa hujus ambulacrum & conſiſtentem in eodem militem obruebant; quanquam malo huic, uti & Bombarum injectarum furori interjecta foſſa mederi poſſit (*Conf.* §. 96.) *3tio:* Quia transfugia adjuvabat. *4to:* Aſſultum hoſtilem faciliorem reddebat. Caret his erroribus Forcipula, præcipue alis, *te* & *nd* (quæ nempe ex occupata ſemel Semiluna R inſpici ab hoſte poſſent, *Fig.* 9.) deſtituta; ſimul tamen, uti Vallum inferius, vicinioribus, quam Vallum ſuperius magiſque radentibus ictibus Foſſam defendit.

102. VI. CAPONIERE, ſeu Foſſa utrinque Loricata præſidiario militi ſecuros certoſque in hoſtem Foſſæ ſe immittentem ictus, tutumque ex interioribus in exteriora Opera acceſſum præbet, & ex his in interiora receptum. Si fumo remedium fiat, Foſſæ hæ ſuperne tignis, terraque aut etiam murato fornice tectæ, in lateribus vero inciſuris inſtructæ, uti olim, nunc quoque uſum haberent.

103. VII. VIA TECTA Horizonte loci demiſſior fit, quando Foſſa ſufficientem terræ copiam non ſuppeditat; & tum ejus Lorica duplex Scabellum acquirit. Pali (*Paliſſades*) 3 fere pedes terræ infixi, dimidium pedem lati, nec niſi quantum transmiſſio ſclopi requirit, a ſe invicem diſtantes, ut eo firmiores ſint, etiam tranſverſo, horizontali tigno (*Linteau des Paliſſades*) nectuntur; Loricam non niſi quibusdam digitis eminent ne eminus tormentis impeti decutique poſſint.

104. VIII. *Via Tecta* & *Foſſa Secunda* (*Avant-Chemin-Couvert*, & *Avant-Foſſé*) ſæpe plus obſunt, quam proſint; cum ſemel occupatæ hoſti tegendo commodent.

195. I. SEMILUNARUM est postposita ipsis Opera tegere: earum Alæ simul Fossam & Viam Tectam Propugnaculis oppositam defendunt. *2do*: Facies Semilunarum non terminantur in ipsos angulos Humerorum, sed ad puncta (*p* & *q*, *Fig.* 9.) 4 vel 5 hexapedis, nempe ultra latitudinem Loricæ Alæ remota; ut Semilunæ, instar alarum sint partes Propugnaculi *pk* & *qk*. *3tio*: Maxima, quam Semilunæ vertici L dare licet, distantia a Facie Propugnaculi innotescit constructo super *pq* △ æquilatero; tum enim angulus ad *l* jam fiet 60 *gr.* (§. 68. *Geom.*) quo minor in Munitione non admittitur. *4to*: Pro Fossæ & Facierum Semilunæ, defensione augenda prope harum terminos construuntur Loricæ Transversæ *ff*, etiam fossa, si libet, & palorum serie munitæ.

196. II. OPUS CORNUTUM & CORONATUM tum ob sumptus, tum quod semel occupata hosti deinceps usui esse adversus obsessos possint, merito improbantur, nisi loco apprime apto & ita constructa sint, ut, etsi ab hoste jam occupata interiorum Operum igni pateant. Quod si ejusmodi sint, usum habent egregium in parte aliqua soli vicini (*ex. gr.* inter urbem & fluvium, interjecti) cum Munimento conjungenda & includenda.

197. Operum horum Alæ seu Brachia ab oppositorum Propugnaculorum, vel (si his præstruantur, *Fig.* 14.) a Semilunarum Faciebus defenduntur; cetera per se invicem. Unde NG æque ac FG jactu sclopi longiores esse nequeunt (§. 8.) Si, quod nonnulli faciunt, Operum horum Brachia insistant ipsis Faciebus Propugnaculi, ante quod construuntur, anguli F & G fiunt nimis acuti contra §. 32.

198. Augetur Operum horum Defensio *1mo*: Regressionibus in utriusque Brachii extremo M & N factis, ad Facies Semilunæ X perpendicularibus (*Fig.* 13.) quarum Fossa cum Fossa Semilunæ communicans, 7 vel 8 *hex.* lata, ast solum 10 vel 12 *pedes* profunda fit, ut ejus pes e vicina Semiluna X inspici meliusve defendi possit: Fossa hæc insuper muniri potest Via Tecta *a*, *a*, in *Figg.* 13 & 15 punctata. *2do*: Semiluna E Fossam itidem 7 vel 8 hex. latam habet.

199. Dum Brachia Operis Cornuti versus Corpus seu interiora Munimenti convergunt, Opus tale Cauda hirundinis, *queuë d' hironde* vel *d' hirondelle*; dum vero foras convergunt, Cauda hirundinis inversa, *Contrequeuë d' hironde* appellatur: denique Opus duabus Forcipulis simplicibus conjunctis constans (fere ut *Fig.* 18, ut tamen medius angulus C magis quam A & E foras promineat, brachiaque versus interiora convergant) dicitur *Bonnet à Prêtre*.

200. III. CUNICULI (Minen, *Contre*-Minen, *Confer* §. 9.) maxime formidanda oppugnatoribus, oppugnatis maxime proficua & validissima, finique Munitionis. (§. 2.) præ ceteris maxime satisfaciens Defensio, primam sibi merito curam deposcunt, præprimis in Viæ Tectæ Lorica, ultraque eam & eo; quem dat Villeneuve (*Traité d' Artill. P. II. C.* 5 & 6.) modo positi, & quaqua licet, multiplicati, *Fougasses*. Ceterum fiunt Cuniculi in horizonte Fossæ in Faciebus & Alis Operum cum In- tum Externorum, uti exhibet *Fig.* 12. in qua *m*, *m* furnos; *n*, *n* cryptas communicationis (*Galeries*) indicant. Qua a crypta communicationis majore *Rami* exeunt, portæ constituuntur, ne hostis aliqua cryptæ parte potitus, libere toti dominetur: item in singulis fere cryptarum flexibus Armilegia quadrata, 6 pedes lata, construuntur, in quibus facto aggesto terreo præsidiarii adversus hostiles cuniculatores se defendant.

201. IV. COMMUNICATIO, res magni momenti, fit ex Propugnaculi quidem Humero in Alam humiliorem per subterraneam viam, *Poterne*: Ex Valli Cortina in Forcipulam rursus per cryptam, cujus porta a Forcipula omnino tegi debet: Ex Forcipula in Semilunam per Fossam utrinque Loricatam, *Caponiere*: qua vero Opera hæc aliaque Exteriora scanduntur, vel acclives accessus (*rampes*) fiunt, vel scalæ, *Pas de Souris*. In Fossis aquosis Communicatio obtinetur Pontibus mobilibus, vel navalibus, vel denique fixis; quanquam hi Obsidionis tempore multis incommodis laborent.

202. V. SUGGESTUS Tormentarii in Operum præcipue angulis construi soliti, Gallis audiunt *Batteries à barbette*.

203. VI. SPECULÆ Militares (Schilderhäusleín, *Guerites*) construuntur in angulis Operum prominentibus *V. Belidor l. c. L. IV. c. 1.*

TAB.

114. II. Vaubani Systema dicitur, quod in *Betfordia* & *Landavio* muniendis adhibuit e nempe ductis indefinite Hexagoni Radiis yA, yB, factoque Latere interno $ab = 120$ *hex.* fiat 1*mo*: $aH = bG = 4$ *hex.* 2*do*: Ad Cortinam perpendiculares eH & $fG = 6$ *hex.* 3*tio*: Ex e & f erigantur ad Capitalem perpendiculares ec & fc. 4*to*: Duc $f\beta = fc$, item $e\alpha = ec$; dimidias Turres Munitas, *Tours Bastionnées.* 5*to*: Duc $f\alpha$ & $e\beta$. 6*to*: Fac $\alpha A = \beta B = 39$ *hex.* 7*mo*: In Latere interno cape $ad = bd = \frac{1}{4} ab = 30$ hexapedis, erigeque indefinitas perpendiculares dE & dF. 8*vo*: Duc Lineas Defensionis AG & BH. 9*no*: Fac $di = 1$ *hex.* & duc $iE = iF$, ceu Alas Propugnaculorum sejunctorum (*Bastions detachés*) seu Semilunarum Propugnaculis præstructarum, *Contregardes.* 10*mo*: Fac $gk = hk = 10$ *hex.* 11*mo*: Pro Fossa Turrium Munitarum Radio αx & $\beta x = 7$ *hex.* duc arcum, ejusque ex k Tangentem. Semilunarum dictarum Fossa & Forcipula describuntur, ut in I. Syst. 12*mo*: Semilunæ XLY Capitalis ZL fit 45 (*vel* 50) hexapedarum, e quibus 15 (*vel* 20) dantur Capitali Reductûs *Zl.* 13*tio*: Pro ducendis Semilunæ Faciebus, ex Faciebus Semilunarum Propugnaculis præstructarum accipiatur pars $Fq = Ep = 10$ *hex.* Facies Reductus ducuntur Faciebus Semilunæ parallelæ. 14*to*: Fossa Reductus fit 5 vel 6; Fossa Semilunæ 12 *hex.* Reliqua ut in Syst. I.

115. III. Vaubani Systema est Munitio *Neo-Brisaci*, ob duplicem cincturam etiam *redoublé* dictum: (1*mo*: Fiat Latus Polygoni (hic Octogoni) $= 180$ *hex.* 2*do*: In ejus medio C erigatur indefinita Perpendicularis, in eaque accipiatur $CD = \frac{1}{6} AB = 30$ *hex.* 3*tio*: Ducantur per D Lineæ Defensionis BH & AG. 4*to*: Fiant Facies Semilunarum AE & BF $= 60$ *hex.* 5*to*: Radio EF, ex E per F ducatur arcus, in eoque capiatur Chorda $Fg = 22$ *hex.*; eodem modo determinetur Ala Eh ex F. 6*to*: Per g & h duc $\alpha\beta$ usque ad Radios Polygoni, huicque parallelam ab, 9 *hex.* distantem, ceu Latus Polygoni internum, super quo construantur Turres Munitæ. 7*mo*: Fac Semicolla aH & $bG = 7$ *hex.* tum super G & H erigantur perpendiculares Alæ $= 5$ *hex.* ducanturque Turrium Facies. 8*vo*: Prolonga nunc ductas Alas introrsum ad $4\frac{1}{2}$ *hex.* & duarum Alarum sic productarum extrema junge, relicta solum in medio apertura seu aditu 9 pedes lato. 9*no*: Ex puncto, in quo Perpendicularis CD secat Latus internum ab, cape introrsum 5 *hex.* & per nunc determinatum punctum ex G & H duc interiores Lineas Defensionis Gc & He, tum produc Semilunares Alas Fg & Eh usque in c & e, & junge ce, partem Cortinæ retractam, cujus Alæ erunt cc & ee; Hc vero & Ge quasi Facies. Cetera patent ex Fig. & Systemate I.

116. Scholion. *Turres Munitæ tum in medio, tum juxta suas Alas & Facies, cryptas habent arcuatas Bombarum vi pares, quæ tum protegendo Oppugnationis tempore militi reique annonariæ & bellicæ serviunt, tum etiam constituendo Tormento, quod ex parte A a per incisuram, horizonte aqueo aliquantum altiorem, tutum adversus hostem ictum habet. Lorica Turrium Munitarum murata, est 8 pedes lata, 6 alta, & incisuris prædita. Ambulacra Valli primarii æque ac Semilunarum Propugnaculis præstructarum sunt 6; Semilunarum vero Cortinis præstructarum 4, Reductuum denique, 3 hexapedarum. Quævis Turris Munita 16, Cortina & Semiluna Propugnaculi 12, Reductus 9, Semiluna Cortina 6 pedibus supra loci horizontem eminent, non computata impositarum iis Loricarum altitudine. Semilunæ utriusque speciei, itemque Forcipulæ semi-vestitæ sunt* (V. §. 94.) *Ampliorem ultimi Systematis descriptionem vide in sæpe laudata* Belidori *Science des Ingenieurs L. VI. Ceterum & in hoc Systemate culpatur* 1mo: *duplo, quam in aliis plerisque, pretiosior Constructio.* 2do: *fumus, non obstantibus cryptarum spiraculis, à machinarum solutione, etsi bina solum vel terna, in Munitis Turribus intolerabilis.* 3tio: *Turres hæ, ob defensionem ex earum incisuris præstandam, ultra Exteriorum Operum Loricas justo altius eminentes, hostili ictus eminus patent.*

117. Ars hæc uti frequentioris usus, ita Regulari utilior est. Eo tamen recidunt omnia, ut Munitionis Regularis Principiis, TAB. III. allatis quam proxime conformis sit, nec tamen nimiorum sumptuum.

118. Schol. *Si urbs Vallo vetere jam cincta, munienda sit, methodo muniendi a Latere Externo introrsum* (en dedans) *præferenda est methodus muniendi a Latere Interno foras* (en dehors). *Licet enim methodus prior in praxi Regulari facilior, semperque exactior sit, in Irregulari tamen vix unquam Cortinarum situs Propugnaculis apte respondebit, si ea utaris. Pro posteriore muniendi methodo sequens sit tabella, qua quantitatem Semicolli in partibus Lateris interni, & angulum Defensionis interiorem in gradibus exhibet.*

119.

Polygonum	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Linea recta
Angulus Figuræ	90	108	120	128.34	135	140	144	147.17	150	0
Semicoll. Lat. interni	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$ -	$\frac{2}{3}+$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}+$	& in ceteris		
Ang. Defensionis inter.	$13\frac{1}{2}$	$15\frac{1}{2}$	$18\frac{1}{2}$	& in ceteris						20

120. *PROBL. I. Munire locum facto initio à Latere Interno.* Fig. 5.

Res. 1*mo*: Super Hexagoni Latere interno *ab*, quod sit *ex. gr.* 120 *hex.*, determinetur Semicollum $aH = bG = \frac{2}{3} ab$ fere $= 26$ *hex.* 2*do*: Fac Angulum Defensionis interiorem $BHG = AGH = 18\frac{1}{2}$ *gr.* (§. 119). 3*tio*: Super bisecta *ab* per Linearum Defensionis intersectionem D, erige Perpendicularem *d*C, in eaque cape DC = 30 *hex.* ut supra §. 50. 4*to*: Per C duc Lateri interno *ab* parallelum Latus Externum AB, ceteraque ut loco cit. perfice.

121. *PROBL. II. Munire locum irregularis figuræ, nullo adhuc vallo cinctum.*

Res. 1*mo*: Fiat exacta loci Ichnographia, dimensionibus Scala majore determinatis pro meliore partium distinctione. 2*do*: Relicto circa loci perimetrum, tum pro domibus annonariis & militaribus, tum pro Valli latitudine, circiter 25 *hex.* spatio circumscribatur Polygonum Irregulare, cujus latera lateribus loci sint parallela. Si Polygonum hoc a Regulari non multum abludat, circumscribatur illi circulus: tum ex Scala Ichnographiæ adjecta cape minimum 120 hexapedas pro Latere interno, idque toties quoties in circuli peripheria transfer, donec Polygonum obtineas aut omnino, aut prope Regulare seu æqualium laterum, quorum tamen nullum 120 *hex.* minus, nullum 150 *hex.* majus sit (§. 28). Hoc supposito Polygonum hoc, utpote Regulare, methodo Regularium munies. Si vero Polygonum loco circumscriptum a Regulari multum absit, curandum est, ut omnes Propugnaculorum angulos quamproxime æquales (non tamen justo majores aut minores, §. 32.) nancisceris, nimis acutorum crura versus verticem decurtando, nimis obtusorum prolongando. Munitionem vero perages fere sequentis Problematis methodo.

122. Schol. *Si Latus quodpiam*, ex. gr. *fluvio adstrum, insolita longitudinis fieri necesse foret, non solum in extremis, verum etiam in ejus medio Propugnaculum construi debet, quod Galli* Bastion plat, *utpote super linea recta constructum, appellant.*

123. *PROBL. III. Munire locum Vallo vetere jam cinctum.*

Resolutio Prima, uti & *Fig.* 32 est Blondi: mensuræ sunt *in hexapedis*. I. Quia Latus AB = 225 *hex.* adeoque justo longius §. 28.) circa ejus medium L *Propugnaculum planum* constituendum est. Et quia hinc AL = 112, angulus vero A = 142 *gr.*, adeoque fere angulus Enneagoni, accipe semicollum AM = NL = $\frac{1}{4}$ AL = 28. 2*do*: Fac angulum Defensionis interiorem NM*a* = 20; MN*b* vero, utpote Enneagoni angulo A respondentem = $18\frac{1}{2}$ (§. 119.) & duc indefinitas Lineas Defensionis M*a* & N*b*. 3*tio*: Ex M & N sub angulo 100 graduum duc Alas M*c* & N*d*. Sub iisdem dimensionibus determina *e*P & O*e*.

II. BC = 150. 1*mo*: Ob angulum B = 161, fac BQ = $\frac{1}{4}$ BC = 37 vel 38; & ob angulum C = 131, fac CR = $\frac{2}{3}$ BC = 34 (vel quia sequens latus aliunde breve est, = 37) 2*do*: Angulum interiorem R Q *f*, itemque QR*e* = $18\frac{1}{2}$, & duc Lineas Defensionis Q*f* & R*e*. 3*tio*: Rursum, ut supra, & deinceps semper duc Alas sub angulo circiter 100 *gr.*

III.

III. CD = 110. *1mo:* Ob angulum C = 131, fac CS = $\frac{2}{5}$ CD = 24; & ob angulum D = 98, fac DT = $\frac{1}{6}$ CD = 18 vel 19. *2do:* fac angulum interiorem TS*g*, Propugnaculo D oppositum = 13$\frac{1}{2}$, ast angulum ST*f* = 18$\frac{1}{2}$, & duc Lineas Defensionis T*f* & S*g* &c.

IV. DE = 134. *1mo:* Ob angulum D = 98, fac DU = $\frac{1}{6}$ DE = 22; & ob angulum E = 104, foret EW = $\frac{1}{5}$ DE = 27; verum quia sequens latus EF est solum 63 *hex.* (§. 28.) totum Propugnaculum E in latere ED collocetur, ut ne tamen Cortina WU fiat minor 60. *hex.* *2do:* Fiat angulus interior UW*g* = 13$\frac{1}{2}$, ast WU*b* = 15$\frac{1}{2}$ & duc Lineas Defensionis, Alasque.

V. Quia latus EF ob brevitatem suam Propugnaculum non capit, simultamen oppositum Propugnaculum G defendit, fiat solum angulus interior EF*b* = 13$\frac{1}{2}$ *&c.*

VI. Ob easdem rationes, & cum aliunde ab adjacentium Propugnaculorum Alis defendatur, lateris FG angulus F munitione alia non eget. Attamen ob G = 118, *1mo:* fac GX = $\frac{1}{6}$ GF = 24, *2do:* angulum interaum GF*l* = 18$\frac{1}{2}$, & duc Lineas defensionis *&c.*

VII. Duo latera GH & HI mutuæ defensioni inepta sunt, ut patet. GH = 160. *1mo:* Ob angulum G = 118, fac GY = $\frac{1}{5}$ GH = 32; Semicolli vero HZ ea sit longitudo, ut ducta (sub angulo Y*Zl* = 20) ex Z Linea Defensionis Z*l* jactum sclopi non excedat, quod Scala te docebit; hoc enim si foret, Semicollum HZ longius assumi deberet, *ex. gr.* H*p*, ducique *pi* priori Z*l* parallela; quo facto simul opposita Defensionis Linea F*i* in breviorem F*i* abibit. Demum fiat *pq* = 20 circiter, ducaturque Y*q*.

VIII. Angulus I sic muniri potest. *1mo:* Fac H*r* = 20 vel 30, & duc Alam *rs* angulum I defensuram. *2do:* in adverso latere IK construe Propugnaculum K, a cujus Alis *z*, *z* pariter defendetur angulus *I*. Et quia facta hac constructione anguli *r* & *z* defensione carent, fac *3tio:* angulum *srt* = 13 circiter, & prolonga Y*q* usque in *t*; tum duc Alam *tx*. Idem fac super latere IK, ducendo Alam *x*, *x*. Melius, sed majoribus impensis muniri potest angulus I Opere Cornuto, in Figura punctato.

124. *Resolutio Secunda.* *1mo:* Determina Semicolla, ut in Res. 1. *2do:* Accipe aperturam circini = Linex Defensionis = 120 ad 150 *hex.*, eaque ex extremis duorum Semicollorum (*ex. gr.* M & P) fac intersectionem (in *a*) angulum interpositi Propugnaculi daturam. *3tio:* si angulus Propugnaculi justo major vel minor existeret, longiores in primo, in secundo casu breviores Lineas Defensionis assume. Alæ ducuntur ut in Res. 1.

125. Schol. Ducta sive per *I.* sive per *II. Resolutionem* Linea Magistrali angulorum æque ac Linearum quarumvis quantitas exploranda est, & si opus emendanda, ut Regularis Munitionis perfectionem quam proxime assequaris. Adjicienda quoque sunt Opera Externa, ea maxime parte, qua irregularis loci figura, aut minus apta, aut omnino nulla Propugnacula recepit. Succurri etiam ejusmodi partibus potest Propugnaculis a Cortina per interjectam Fossam sejunctis (*Bastions detachés*), quorum præclarus itidem usus est, dum vetus, quo locus fortasse cinctus est, Vallum firmum, Fossaque & Lorica jam municum conservare cupis.

126. Scholion 1. *Quomodo Delineatio Ichnographica æque ac Orthographica in campum transferatur, ceteraque perficiantur, constat ex dictis in* Praxi Euthymetrica & Gæodesia *fusiusque rursum explanabitur.*

127. Scholion 2. *Si Delineationem seu Ichno- seu Ortho-graphiam coloribus imbuere velis, hæc observa.* 1mo: *Lineæ Loricam ubique terminantes, sunt crassiores, ceteris in Ichnographia; in Orthographia vero omnes ducuntur tenues.* 2do: *Lineæ planeta duorum modi ducuntur colore cremesino* (Carmin-Farb) *& quidem ea, quæ incidentem e fine, seu superiore charta angulo lucem respiciunt, tenuiores, quam dextrorsum & inferne locatæ: idem & in Umbrationis observandum est, ut partes lucem non recipientes colore minus dilato; alias dilutiore, sensim quoque desinente, tingantur.* 3tio: *Universim muri colore cremesino; partes cespite vestita, ut sunt Tali, Lorica &c., viridi; partes construenda, flavo; fluvii, rivi, fossæ aquea colore aqueo; apparens terra, Fossa sicca, colore luteo, seu terreo, Scabella ramois & Via Tella nulla, colore tinguntur. Versus Talorum pedem color sensim remittitur, & in album desinit, seu coloribus diversis, seu binis tantum, binos quosque numbeare libeat.*

128. *Def.* 1. Munitiones obſidionales (*Tranchées*) dicuntur opera campeſtria univerſim, ab oppugnantibus conſtructa.

129. *Def.* 2. *Linea Circumvallationis exterior*, ſeu *Circumvallatio* eſt Foſſa munita (Loricæ campum reſpiciente) intra quam Foſſam, & Munimentum ſunt caſtra oppugnantium. Fieri ſolet, dum liberandi ab oppugnatione Munimenti cauſa, a vicino hoſtili exercitu præſidium, aut repentina caſtrorum invaſio providetur.

130. *Def.* 3. *Linea Circumvallationis interior*, ſeu *Contravallatio* eſt Foſſa munita (Loricæ Munimentum reſpiciente) quæ inter oppugnantium caſtra, & Munimentum ducitur. Fieri ſolet, cum præſidium numeroſius, impetendæ majori oppugnantis exercitus parti par judicatur.

131. *Def.* 4. *Viæ obſidionales*, *Acceſſus*, *Adductus* (Laufgräben, *Approches*) ſunt foſſæ Loricis undique Munimento obverſis (craſſiore linea ſignandis) munitæ (T, T, T, *Fig.* 48.) & ita diſpoſitæ, ut ex præſidio inſpici nequeant.

132. *Def.* 5. *Parallelæ*, *Armilegia* (*Paralleles*, *Places d'armes* FF, GG, HH) ſunt foſſæ Operibus dirimendis fere parallele ductæ, in quibus milites conſtituuntur ad defendendum laborem Acceſſuum.

133. *I. PRINCIPIUM.* Oppugnationem ſuſcepturus, Arcanum, tum de Munimenti oppugnatione, tum de oppugnationis modo, loco, tempore adeo cuſtodiat, ut, quantum licet, & verbo, & opere, ſparſis rumoribus, factis itineribus &c. potius omnia alia ſimulet.

134. *II.* Moras reſecet; nil tamen temere, & præpropere, deque hoſtium machinationibus incertus agat, ad quas detegendas æri minime parcendum, quod ſeu ſpeculatoribus, ſeu captivis, ſeu transfugis (quibuſcum tamen caute) tribuatur.

135. *III.* Quidquid commodorum in vicinarum ſilvarum, amnium, pratorum, paludum, viarum profundiorum, locorum altiorum, annonæ &c. uſu detrahitur, ſuum commodum putet, & faciat.

136. *IV.* Aggredi oportet partem ceteris minus munitam, in eaque angulos prominentes, non vero retractos; ex his enim duplici igne impeti oppugnans poteſt.

137. *V.* Facilis ſit inter Opera, ſtationeſque militum (*Quartiers*) communicatio, ſtructis (ſi amnes, aut paludes adſint) pontibus, 20, vel 30 pedes latis, iiſque fixis ligneis potius, quam navalibus, & 20 circiter hexapedas ab invicem diſjunctis. Pontibus Reductus, vel *Opera Serrata* (*Têtes des Ponts*) præſtruuntur.

138. *VI.* Pro Acceſſu parando non ſunt nimium multiplicanda Opera, viaque, quantum licet, breviſſima tenenda. Hinc patet *1mo*: ratio figuræ, quæ acceſſibus nunc dari ſolet. *2do*: cur initium ducendorum acceſſuum communiter ſtatuatur in diſtantia 800 circiter hexapedarum a Via Tecta, & ita, ut *1ma*, ſeu extima *Parallela* ſit in diſtantia 300, *2da* in diſtantia 150 hexapedarum, *3tia* ad pedem Loricæ Viæ Tectæ.

139. *VII.* Labor ducendorum acceſſuum non promovendus, niſi a militibus utrinque defendi poſſint laborantes. Hinc & partes acceſſium, ſe mutuo defendere, & in intervallo inter *2dam*, & *3tiam* parallelam receſſus (*Retours*, *demi-Places d'armes*) *m*, *m*, *m* 40 vel 50 *hex.* longi; & demum Parallelæ ab urbe diſtantiores, vicinioribus longiores fieri debent.

140. *VIII.* Augendæ Loricarum altitudini & firmitati (præcipue Linearum Circumvallationis) quævis ligna, arbuſta, vepres, ſimus equorum &c. famulentur.

141. *IX.* Nec Lineæ, nec Acceſſus duplici Foſſa (*Avant-Foſſé*) cingantur; ne hoſtis exteriore foſſa potitus, interiori tutius inſultet.

142. *X.* Globus Tormenti in magna a ſui ejectione diſtantia, ſæpe plus, quam in minori, copiis damni infert; quia imminuta jam ejus violentia, ſubſultando, & velut ſerpendo obſtacula circuit, obvioſque lædit. Idem eſt de globis duriore impactu debilitatis: quod ipſum anſam præbuiſſe videtur Vaubanianis jactibus *à Ricochet*, qui nunc fiunt tam cum globis, quam cum bombis, dum Tormentum, aut Mortarium ſub angulo ad horizontem acutiore directum, ex ſolum pulveris pyrii quantitate repletur, quanta opus eſt ad deſignatum ſcopum unicuique attingendum. Ab his globis neque intra Præſidii mœnia, neque intra Acceſſus, etſi Loricis tranſverſis diſtinctos, quidquam tutum.

A

143.

143. Schol. *Hucusque dicta, & dicenda supponunt, & oppugnantem, & oppugnatum, numeroso, validoque milite, necessariis denique omnibus instructum. Si enim munimentum infirmum, aut præsidium viribus & numero multum impar sit, opera quoque oppugnantis minus firma, quin quandoque nulla requirantur, locique expugnatio, vel improvisa occupatione, vel stratagemate, vel valido duntaxat assultu, vel demum sola obsidione, hosti famem inferente, peragi potest. Jam rem ipsam aggrediamur, servato, quo singula geri solent, ordine.*

144. *I. APPARATUS PRO OPPUGNATIONE.* Munimento ab Equitibus cincto, & commeatu omni intercluso, Architectorum Militarium est, facere exactam Ichnographiam Munimenti (maxime partis minimum firmæ) ejusque etiam Sectionem, singulas partes exacte signando, muro vestitas, vel non vestitas: notare loca editiora, paludosa; eruptionibus, insidiis vel struendis, vel prævertendis apta; transversas item fossas, vjasque profundiores, quæ subinde in faciendis Accessibus usui esse possint; soli etiam qualitatem, qua mitius sit, qua firmum, aut saxosum, ut fossionem vix admittat: investigare seu ex transfugis, seu per speculatores in subterraneas obsessorum cryptas, cuniculos, catarractas, torrentes exundantes &c. Quanti ex harum rerum ignorantia sequantur errores, ostendit Vaubanus (*Memoire pour servir d' instruction dans la conduite des sieges, & dans la defense de Places c.* 2 & 3.) cujus maxime sententia in hac tota materia standum putavi. His omnibus cum Aciei structore communicatis, communi cum eodem opera locandorum castrorum ratio constituitur, advenientique cum reliquo exercitu supremo Duci consignatur, rursusque omnem viciniam, supremo Architecto comite, recogniturus. Tum maxima exercitus parte locandis castris intenta, quaquaversum militares turmæ profundas vias, recessus, ædificia firmiora, magisque edita, & munimentum ambientia, silvulas, amnes &c. obsident, ut hostis intra arctissimos limites constringatur.

145. *II. LINEÆ CIRCUM- & CONTRA-VALLATIONIS.* Constituta Linearum Circumvallationis dispositione, instrumentis, aliisque pro earum fossione necessariis procuratis, Supremus Militaris Architectus inter suos subordinatos laborem partitur, quorum quisque juxta exemplar, quod præ oculis habet, partes sibi designatas exequitur. *Observanda. 1mo*: Lineæ hæ eo situ sint, ut ne illis ullus hostilis locus dominetur. *2do*: Inter castra & Lineas tum Circum- tum Contra-Vallationis 100, vel 120 hexapedarum intervallum sit pro acie, ubi opus fuerit, disponenda: & cum castra ultra mediocrem Tormenti jactum (is est fere 1300 *hex.*) a Munimento abesse debeant, ipsisque castris 30 *hex.* latitudo tribuatur, sequitur Lineam Circumvallationis a Lorica Viæ Tectæ distare debere 1300 + 30 + 120 = 1450 *hex.* circiter; nam, ut loci situs, ita & hæ distantiæ variant. *3tio*: Sint ejus longitudinis, ut iis defendendis exercitus sufficiat; unde vix unquam Opera Cornuta, Coronata &c. admittunt. *4to*: Muniuntur hæ lineæ (*Fig.* 41, 42.) Operibus Serratis (*Redans*, B, B) quin etiam propugnaculis A, 120 hexapedas invicem disjunctis. Reliquæ dimensiones patent ex *Figg.* 41, 42, 44, 45; e quibus 44*ta* Lineas maximæ; 45*ta* minimæ sortis ostendit. *5to*. Ea parte, quam hosti obvertunt, per totam fossæ acclivitatem gradus habeant, ut militi repente in aciem disponendo promptus ex iis sit exitus. *6to*. Earum Vallum defixis palis ad horizontem reclinatis (*fraises*) muniri potest, vel melius adhuc alia serie palorum, 8 *hexap.* intervallo ante Lineas defixorum, & reclinatione sua cuspides hosti obvertentium. *7mo*. In fossæ fronte fieri possunt putei, 9 pedes lati, 6 vel 7 profundi, ferreas cuspidatas perticas occultantes, Wolfs-Gruben. *8vo*. Ante Opera Serrata, in 12 hexapedarum a Linea versus hostem distantia, strues lignorum congerantur, nocturnæ invasionis tempore succendendæ.

146. Schol. *Cum homo unus in solo ordinariæ firmitatis hexapedam cubicam intra triduum effodere queat, & in ducendis Lineis Circumvallationis cuivis laboratori (rustico vel militi) 1 hexapeda spatium fodiendum assignetur; inventa totius terræ eruendæ soliditate (§.* 296. Geom.) *innotesceret & tempus, & laboratorum numerus perficiendo operi necessarius.*

Tab.

147. *III. ACCESSUS OBSIDIONALES usque ad Loricam via Tecta.* Interea aperiendis Accessibus singula apparantur: *Sacci* terra vel lana aliisve similibus rebus replendi, *Fig.* 33. *Corbita* Loricales minores majoresque, Schanzkörbe, *Gabions*, *Fig.* 34, 35. *Fasces* e virgultis arborumque ramis colligatis (*Fascinen*, *Fig.* 37) iique maximæ *a*, mediocris *b*, & minimæ speciei *c*, intra *Candelabrum*, ut vocant (*Chandelier*, *Fig.* 36.) collocandi, itemque alii (*Fagots de Sappe*) humi defigendi *d*; instrumenta fossioni necessaria & currus; laboratorum denique numerus constituitur; & quidem suadente Vaubano, optimum foret, Corpus integrum, constans 1200 circiter hominibus, aggerendorum obsidionalium operum arte unice instructis, quibus Architecti Militares præsint. Ichnographia quoque Accessuum paratur hoc modo: 1*mo*: Prolongentur Operum quatiendorum Capitales *La*, *Le*, *Mb* (*Fig.* 48.) 2*do*: In Capitalibus *La* & *Mb*, in 800 *hex.* distantia ab angulo prominente Viæ Tectæ, notetur initium Accessuum (§. 138.) & *Linea communicationis* DE notetur. 3*tio*: Accipiantur in iisdem Capitalibus ab eodem Viæ Tectæ angulo utrinque 300 hexapedæ, & ex Munimenti centro per notatas distantias ducatur arcus indefinitus F, F, pro *Prima Parallela*, quæ ultra Facies Semilunarum, Propugnaculis A & B adjacentium productas, excurrere debet. Pari ratione in distantia 150 *hex.* ab eodem angulo prominente Viæ Tectæ ducatur *Secunda Parallela*, notetureque simul punctum, in quo hæc productam Semilunæ Capitalem secat, pro initio Accessuum versus angulum Semilunæ. Et demum in distantia circiter 20 *hex.* seu in pede Loricæ Viæ Tectæ ducatur *Tertia Parallela*. 4*to*: Applicata ad E regula ducatur Latus ET ita, ut productum nusquam cum ulla Viæ Tectæ parte concurrat, sed potius ab omni minimum 10 hexapedis distet. 5*to*: Data Lateri ET longitudine arbitraria *ex. gr.* 200 *hex.* jungatur illi sub eadem conditione altera, primæ Parallelæ occurrens. Eadem fiant super altera Capitali *La*. Eadem item methodo determinabitur Accessuum directio (*zizzac*, *Bayaux*) inter 1*mam* & 2*dam*, hanc & 3*tiam* Parallelam, id unum præ oculis habendo, ne ex ulla Munimenti parte Accessus inspici possit. Inter 2*dam* & 3*tiam* Parallelam ducuntur etiam Parallelæ dimidiatæ *Tm*, Accessuum angulis insistentes (*Demi-Places d'armes*, §. 139). 6*to*: Ad terminum cujusvis ductus (*Bayau*) tegendum, prolongetur anguli crus subsequens ad 5 vel 6 hexapedas (*m*, *m*, *m*,). 7*mo*: Signetur Fossa Accessuum 10 vel 12 *hexap.* lata, 7 profunda; Parallelæ vero fiunt duplo latiores. Cæterum tam Accessuum quam Parallelarum Loricæ, 1 vel plura Scabella habent; Loricæ vero ipsæ virgultorum Fascibus, vel Saccis terra repletis coronantur, per quorum interstitia (*Fig.* 33) miles sclopum solvat.

148. Pro ducendis jam in ipso campo Accessibus necessarium est, ut Architectus Militaris de die (quousque per minorum fistularum ignem licebat) versus Munimentum progressus defixis perticis aliisve signis Capitalium productionem & in ea 800. *hex.* longitudinem, Geometrice prius mensuratam, notet; quam si vel solam habeat, reliquos Accessuum ductus nocturnis tenebris securior peragere poterit. Nam si in Ichnographico typo ex Capitali ad singulos Accessuum angulos perpendicularem demittat, ejusque & partium Capitalis a Perpendiculari resectarum longitudines ex charta in Campum ope tensorum funiculorum transferat, etiam subobscuro Crepusculi vel Lunari lumine, ductus singulos designare in Campo poterit. Hos funiculos fortasse tensos relinquere poterit, vel solum defixis paxillis, aliisve signis eorum situm notare, dum tempus aperiendorum Accessuum immineat. Id hac in re primi momenti habeatur, ut & locus & tempus aperiendorum Accessuum hostem lateat. Unde simulatis de die alibi Geometricis Operationibus &c. deludi hostis, vel plane simulata aggressio (*Fausse-Attaque*) suscipi potest.

149.

149. Appetente jam nocte, qua Acceſſibus initium faciendum conſtituitur, Equitatus æque ac Peditatûs parte a Supremo Duce tam protegendo, quam peragendo labori delecta, milite quovis virgultorum faſcem, laboribus vero deſtinato quovis inſtrumentum præterea ſuum deportante, alto noctis & progredientium ſilentio, ſevero ordine conſtitutus locus aditur. Laboratores turmatim diſtributi, ſub Centurionis imperio, ducendo operi applicantur ſinguli, juxta lineas T, T, itemque *Primam Parallelam* F, F, F, quovis laboratore virgultorum faſcem (6 pedes longum) ante ſe, ex Architecti præſcripto deponente, ut poſitorum ſic faſcium linea ſimul foſſam ducendam, ſimulque partem deſignet, in quam ejici eruta terra debeat. Militibus laborantium cuſtodibus dextram eorum lævamque occupantibus, labor dato imperio ſimul incipit, hac præcipue prima nocte, ſilentio, quoad licet, ſummo, ſummaque opera uſque ad Auroram urgendus. Appetente die militibus cuſtodibus cis Primam Parallelam ſupinis jacentibus, & ab egeſta jam aliquatenus Lorica tectis, nocturnas novæ operæ excipiunt, opus nocte cœptum perducentes. Curandum quam maxime, ut Prima Parallela quantocyus perficiatur; id quod etiam 2da, certe 3tia nocte obtineri jam poſſe Vaubanus teſtis eſt. Prima & 2da nocte laborantes ab obſeſſorum igne adhuc ſatis remoti, repagulo non egent; at vero tertia nocte, jam *2da Parallela* appropinquantes, Pluteo A (*Mantelet*) vel majori Corbita Loricali B contecti laborant, quod Vineam (*Sappe*) agere dicimus. (*Fig.* 39 & 40) Nempe *1mus Vineator* promovens ante ſe Pluteum, vel Corbitam Loricalem, terra, aliiſque repletam a latere juxta producendi Acceſſus directionem minorem ejuſmodi corbem locat, foſſamque $1\frac{1}{2}$ pedem latam æque ac profundam eruit, terram corbitæ injiciendo: tum promoto Pluteo alterum priori præponit Corbem, ceteraque ut prius perſequitur, donec laſſetur. Primum *2dus*, hunc *3tius* & *4tus* uſque ſequuntur; quorum quivis foſſam cœptam, $\frac{1}{2}$ pede latiorem profundioremque reddit, ut adeo univerſim tres pedes profunda foſſa, & totidem ſuperne, inferne $2\frac{1}{2}$ lata exiſtat. Hos quatuor, alii item 4 comitantur, qui prioribus laborantibus Corbes, faſceſque virgultorum porrigunt, laſſatiſque ſuccedunt, dum viciſſim priores, horum vices agunt: donec horum 8 quiſque partem Vineæ ſuam perfecerit. Suffoſſio, hæc a Vineatoribus cœpta, ab aliis ad Acceſſus latitudinem & profunditatem, terra ſupra collocatos corbes ejecta, Loricamque formante, perducitur, rurſumque Acceſſus nomen nanciſcitur, laborque hic uſque ad Viæ Tectæ Loricam, ſeu *3tiam Parallelam* continuatur. Relicta inter Corbes interſtitia ſaccis terra lanave repletis, vel Faſciculis defixis (*Fig.* 37, *d*) obturantur. In *1ma* vel potius *2da Parallela* (cum teſte Vaubano inter 150 & 200 *hex.* validiſſimus ſit Globi Tormentarii jactus) Tormentorum Bombarumque ſuggeſtus (*Batteries*) conſtituuntur ita, ut quatiendorum Operum Faciebus ſint fere paralleli, quod vel per §. 158. *Geom.* vel per productas Facies AS, CS, BS, obtinetur. Suggeſtuum utrorumque Ichnographiam æque ac Orthographiam exhibent *Figg.* 28, 29, 30, 31. Id præterea curandum, ut eorum Lorica aliquot pedibus, Acceſſuum Loricas eminеant, ne jactus Tormentorum in Acceſſu laborantibus incommodet. (Jactus *à ricochet.*) Reductus quoque RR, aptis Parallelarum locis fiunt.

150. Schol. *Hoſte Adductum invadente laboratores recedunt, militibus pugnandi ſpatium relinquentes; rejecto hoſte opus reſumunt, deſtructaque ocyus reparant.*

151. *IV. OCCUPATIO VIÆ TECTÆ.* Quo magis jam Viæ Tectæ imminetur, eo profundiores ducuntur Acceſſus, ſimulque Loricis tranſverſis *a*, *a*, iiſque vel in orbem ductis (*tournantes*) & quidem duplicibus (*doubles*, *Fig.* 51) aut ſimplicibus (*Fig.* 52). vel vero directis (*Fig.* 53) hoſti proſpectum in Acceſſus eripientibus, obvallantur. In 3tia *Parallela* fodiuntur putei, 20 circiter pedes profundi, e quibus diverſi utrinque cuniculi, ceu rami, ducuntur pro detegendis hoſtilibus cuniculis, qui, ſi illis inferiores reperiantur, demiſſa in eos Bomba; ſi ſuperiores, ſubſtructo fumo disjiciuntur. *Vel*: Facto prius verſus hoſtilem cuniculum foramini (5, vel 6 *dig.* lato, plures profundo) immittitur cylinder cavus ferreus, 10, vel 12 *lb.* pulveris pyrii repletus, cujus extremum id, quod proprium cuniculum reſpicit, tigno, adverſo parieti innixo, fulcitur, ne Cylinder ferreus, pulveris pyrii ſoluti vi in proprium cuniculum retrudatur. Facta per minorem tubulum, cum Cylindro communicantem, ſuccenſione, litus terreum, inter hunc & hoſtilem cuniculum interjectum, etſi 8 pedes latum, rumpetur, fumoque oppoſitum cuniculum replebit. Augeri fumus hic ſubinde poteſt pluribus exploſionibus, etiam glande plumbea non vacuis; quin etiam fumo virgarum ignis fœtidi (*lances à feu puant*) donec hoſtis cuniculum ſuum deſerere cogatur. Quod ſi nihil hæc proficiant omnia, & vel applicata aure, vel rerum levium tympano impoſitarum tremore, laborans in vicino cuniculo hoſtis ſentiatur, in adverſam ab hoſtili cuniculo plagam ducatur furnus unus vel duo ita, ut ſuccenſi onus ſuum verſus Foſſam ejiciant. Tum perforata hoſtilis cuniculi crypta, per aperturam, parte Foſſam reſpiciente factam, 10 vel 12 pyrobolarii (*Grenadiers*) immittantur Bombis inſtructi oneratis aliquot, aliquot vacuis: oneratis hoſtem in cuniculo ſuo reſiſtentem impetant, fugentque; tum recedentes ipſi, rurſumque in hoſtem regreſſi, vacuas quoque eidem objiciant, quas ille rurſum oneratas exiſtimans, pedem reteret, ipſiſque ſpatium relinquet Loricas Tranſverſas per cuniculi latitudinem ducendi, omnem deinceps hoſti, recuperandi cuniculi ſpem erepturas. Quandoque hoſtiles cuniculi, derivato in eos rivo deſtrui poſſunt. Soluti fortaſſe hoſtilis cuniculi foſſa ocyus a Vineatoribus inſidetur, qui inde laborem utrinque proferentes, novam militi ſtationem (*Logement*) parant.

152. Perfecta itaque 3tia *Parallela* H, H (*Fig.* 49) & vel per ſe, vel per Acceſſus in arcum ductos *a*, *a*, *a* cum Viæ Tectæ Lorica communicante, per Loricæ hujus dorſum Vinea agitur utrinque Loricanda (*Sappe double*,) & ſuperne quoque (ubi hic & deinceps factu opus cenſebitur) faſcibus &c. contegenda adverſus illapſum hoſtilium pyrobolorum, ut ſunt Granatæ, aliique globi igniarii miſſiles. Acceſſibus dimidium Loricæ jam obtinentibus, fit utrinque Vinea *b*, *b*, cujus Lorica, Loricam Viæ Tectæ 8 vel 9 pedes emineat, perque facta 3 vel 4 ſcabella ſcandi interius poſſit. Fit hic Suggeſtus altior (*Cavalier de Tranchée*) ut Via Cooperta inſpici, indeque depelli hoſtis queat; quo multum etiam faciunt Bombæ ſubſultantes (*à Ricochet*) ſaxorum item turbo e Mortariis ejectus, *Mortiers Pierriers*. Uti ſubinde hoſtis diverſis partibus ceſſerit, Acceſſus promovendi, ſtationeſque (*Logemens*) capiendæ ſunt, donec totum id Viæ Tectæ brachium pollideatur.

153. In Occupata Via Cooperta conſtituuntur denique Suggeſtus Tormentarii *g*, *g* ad diruendas Facies Propugnaculorum AD, & BC, Semilunam ejuſque Foſſam defendentes: alii vero duo Suggeſtus *b*, *b* ad diruendas Facies Semilunæ; quibus etiam ad impetendum interius imprimis præſidium, Suggeſtus Mortariorum adjungi poſſunt, aliique ſubinde plures *mm*, *oo*, *ee*, *dd*, prout plures ſucceſſive in Via Tecta ſtationes capientur. Hic obſervandum eſt univerſim 1mo: multiplicato igne & ruina, ſemper prius inutiles reddendas eſſe (*demonter*) partes defendentes, quam ab his defenſæ ruinam, ſeu labem (*Brèche*) accipiant. 2do: ad diruendum Angulum Defen-

ſum, ſeu frontem Operis, non ipſum angulum, ſed Faciei partem, circiter $\frac{1}{4}$ longitudinis ejusdem ab eo remotam, quatiendam eſſe; frons enim hoc modo utrinque infirmata facile corruet. *3tio.* Non ſingula, ſed omnia Suggeſtus unius tormenta ſimul ſolvenda eſſe.

154. *V. DESCENSUS*, & *OCCUPATIO FOSSÆ.* In Foſſam *Siecam* deſcenditur vel per cuniculum ſubterraneum, ex Lorica per Viam Tectam ductum, cujus conſtructio ex §. 9. intelligetur; danda vero declivitas reperietur juxta dicta in Geom. Subterraneæ. Si Foſſa ſit duntaxat 12 vel 15 pedes profunda, Vinea declivis, ſuperne etiam tecta, per diviſam veluti Viæ Tectæ vallum ducitur, deinceps per totam foſſam continuanda. Quod ſi unquam, certe ſuperandæ Foſſæ tempore, ignis multiplicandus eſt tum in Opera eam defendentia, tum in eas partes, qua vel in Foſſam, vel alio erumpere hoſtis poſſet. Deſcenſum enim hunc, & tranſitum Foſſæ obſeſſi maxime impedire conantur; tum factis eruptionibus, tum ſolutis cuniculis, qui etiam per dicta §. 151 prævertendi ſunt.

155. Foſſa *aqua ſtagnante repleta* ſuperatur, ducta rurſum per Viam Tectam Vinea, aliquantum ſupra aquæ, quæ in Foſſa eſt, horizontem deſinente. Tum laboratorum ſerie ſecundum Vineæ longitudinem collocata, altero alteri virgultorum faſcem porrigente, ultimus in aquam ſingulos conjicit, donec aquam, quantum ſatis eſt, eminentes ex parte hoſti objecta Loricam forment. Hoc facto congeſtis pariter veluti per ſtrata ejuſmodi faſcibus, ſaxis &c. tranſitus quoque 3 fere hexapedas latus ſternitur uſque ad Opus, quod ſcandere eſt propoſitum.

156. Foſſa *aqua viva plena*, difficillimi ſane tranſitus eſt; unde, etſi quidem in omnis, in hujus tamen præcipue tranſitu, Machinarum bellicarum majorum æque, ac minorum, & pyrobolorum ignis undique continuus furat: ex Foſſis Tranſverſis, utrinque Loricatis (*Caponieres*) hoſtis depellatur: Catarractæ, ſi quæ hoſti ſint, etiam ductas jam per foſſam Vineas rupturæ, ponteſque occupentur prius, vel deſtruantur; aquæ vero, qua licet, exitus reſeretur: quæ ſi alio derivari nequeat, faſcibus multis per tranſverſa tigna connexis, terraque, & ſaxorum ſuperjectorum, pondere gravatis Foſſa repleatur, ea fere methodo, quam §. præc. vidimus.

157. Tranſitus Foſſæ pluribus ſimul locis ſuſcipitur. Si opus ſcandendum muro veſtitum non ſit, facta in eo ampliore ruina, ruptiſque per Tormenta, aut decuſſis prominentibus palis (*fraiſes*) aſſultu fere nocturno (alia etiam parte, eodem tempore ſimulando) occupatur. Si vero opus ſcandendum muro veſtitum ſit, Cuniculator applicatur hoc modo: Eo ipſo tempore, quo Deſcenſus in Foſſam apparari incipit, ſimul duobus Tormentis foramen excavatur ea oppoſiti muri parte, qua cuniculus agendus eſt. Hoc foramine aliquot jam pedes lato, & 5 vel 6 pedes profundo, Vinea quoque ultra $\frac{2}{3}$ Foſſæ jam perducta, Cuniculator id petit, rudera amolitur, ſpatiumque uni alterive laboris ſocio parat; dumque dein cuniculus celerrime perficitur, hoſtilibus una cuniculis detegendis, & deſtruendis (§. 151) intenditur.

158. *VI. OCCUPATIO SEMILUNÆ.* Semilunæ ruina tum Tormentorum vi, tum ſolutis ſemel iterumque cuniculis ultra 14 jam hexapedas ampliata, repentino aſſultu invaditur, depulſoque hoſte ſtatio *r*, *r* capitur, Faſcibus & Corbitis ocyus obvallanda, ac dein demum a Vineatoribus perficienda, milite interea adverſus hoſtilem, ex adſito Reductu R invaſionem ſemper vigili, & armato; Cuniculatoribus vero nunquam ceſſantibus in hoſtiles, quos forte Semiluna reconditos adhuc haberet, cuniculos inveſtigare, cum emolumento ſuccendere, ad ſuccenſionem ab hoſte paratos reſciſſis tubis coriaceis pyrophoris (*Saucissons*) impedire &c.

159. Ex hactenus dictis, & *Fig.* 49 ſatis intelligetur, quinam poſthac Oppugnatio continuanda ſit.

160. *I. APPARATUS.* Quodvis Munimenti Propugnaculum requirit milites pedites circiter 600; 8 Tormenta diversarum Diametrorum; minimum 2 Mortaria, præter plures catapultas (*Carabines*) Mortariaque aliquot ejiciendæ lapidum grandini destinata (&c. §. 6.) Inde pro Semilunis aliisque Externis Operibus majoribus minoribusve æstimatio fieri poterit. *Vide* Vauban *Mem. sur l' Attaque &c. P. II. c. 9 & seqq.* Blond *Elemens de La Guerre P. III.* Deidier &c. Imminente Oppugnatione e medio tollendum & in usus proprios convertendum est, quidquid intra Tormenti jactum hosti occultando, obvallando, alendo servire posset: demoliendæ domus adsitæ, horti &c. Ædes vero Munimenti præcipue annonariæ & militares, plateæ quoque fimo terraque contegendæ, ad infringendam immittendarum Bombarum vim: transfugio & colluſionibus cum hoste, præcavendum: Opera omnia restauranda; tumultuarii Reductus, Regressiones, etiam præpilatis tum rectis tum reclinatis sudibus (*Palissades & Fraises*) excitandæ & cuniculi præprimis, maxime in Via Tecta, ejusque Lorica, partibusque minus munitis, productis e crypta principe ramis pro viribus multiplicandi sunt.

161. *II. OBSIDIONE COEPTA. 1mo:* Invigiletur hostilibus Operum speculatoribus facta etiam eruptione dispellendis, capiendis &c. *2do*: Intendatur loco initii Accessuum hostilium, ejectis propterea nocturno tempore globis lucentibus (§. 6.) *3tio*: Apertis jam Accessibus, & Aggressione Vera certo cognita, continuo in multiplicandis noviſque ducendis Cuniculis laborandum est, etiam ultra Viæ Tectæ Loricam, ut hostis laborans nusquam tutus consistat. Faciunt huc quoque defossa quercina aliave vasa (*Fig.* 50.) pulvere pyrio Bombisque repleta & cum Via Tecta per pyrophorum coriaceum canalem (*Saucisson*) communicantia: item reconditi hinc & inde Erinacei (*Herses, Herssillons, Fig.* 54, *A, B*) *4te*: Tam Accessuum operæ, quam hostiles turmæ, Munimento appropinquantes, Tormentis (non tamen omnibus simul, sed singulis, nec ex eodem semper Munimenti loco solutis) fine cessatione impetantur. *5to*: Eruptiones nunquam temerariæ, frequentes tamen sint, eoque frequentiores, quo vicinior hostis fit, & annona rarior: his Accessuum hostilium labores turbentur, & destruantur, Tormenta adactis clavis obturentur, stationes amissæ recuperentur &c. Tempus eruptionibus maxime opportunum est una alterave hora ante diluculum, ob hostem tunc nocturnis vigiliis lassatum; & præcipue si nocturna pluvia, pulveri pyrio inimica, præcessit.

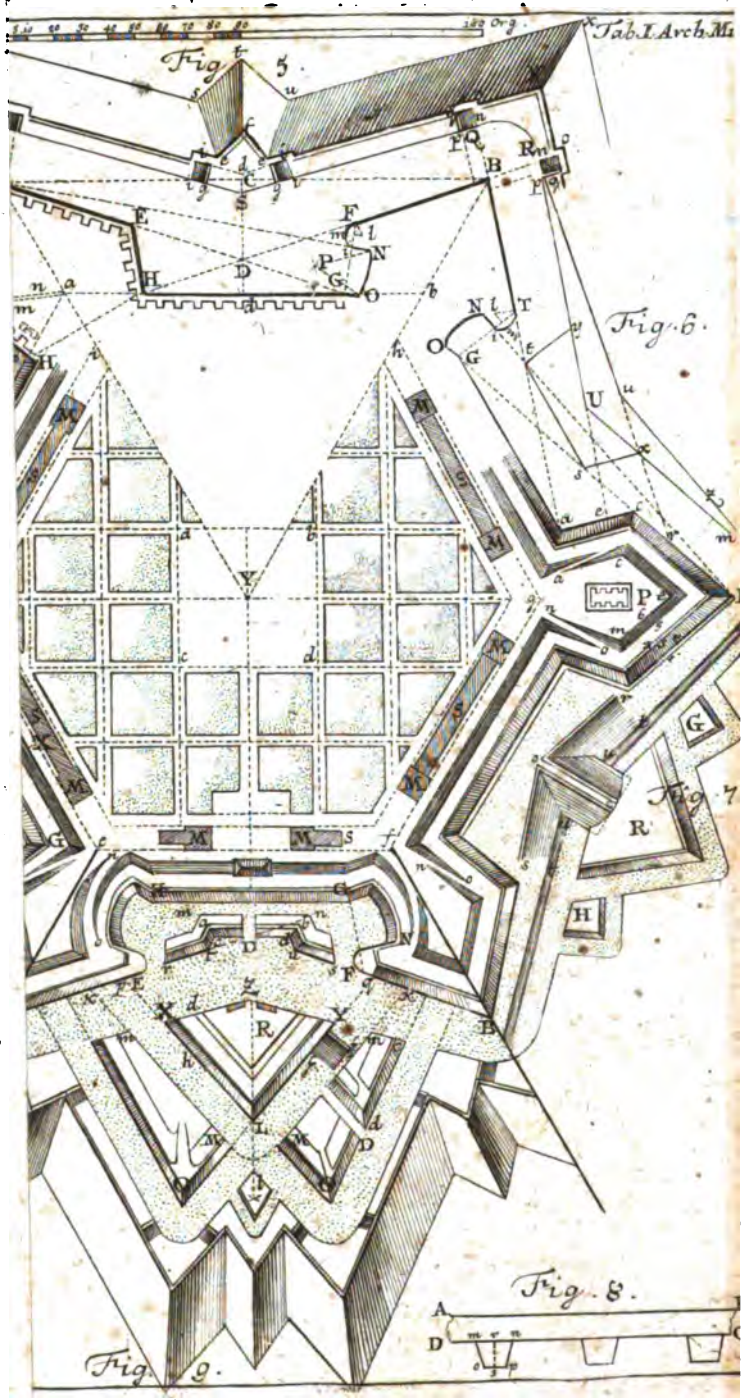
162. *III. DEFENSIO VIÆ TECTÆ. 1mo*: Hostilibus Accessibus jam prope ad 3tiam Parallelam perductis, ex angulis prominentibus Viæ Tectæ fiant Accessus reciproci (*Contre-Approches*) qui a Via Tecta & Semiluna defensi stringant Accessus hostium. *2do:* Ignis ex Loricis Transversis, Regressionibus &c. Viæ Tectæ continuus sit; frequentes item eruptiones, tumque facto vel simulato receptu Cuniculus in hostem (fors persequentem) agat, turbatumque rursus erumpentes invadant. *3tio*: Cuniculorum & vasorum pyrotechnicorum (§. *præc.*) usus, si unquam, hic maximus est, & deinceps quoque, hoste etiam Via Tecta jam potito.

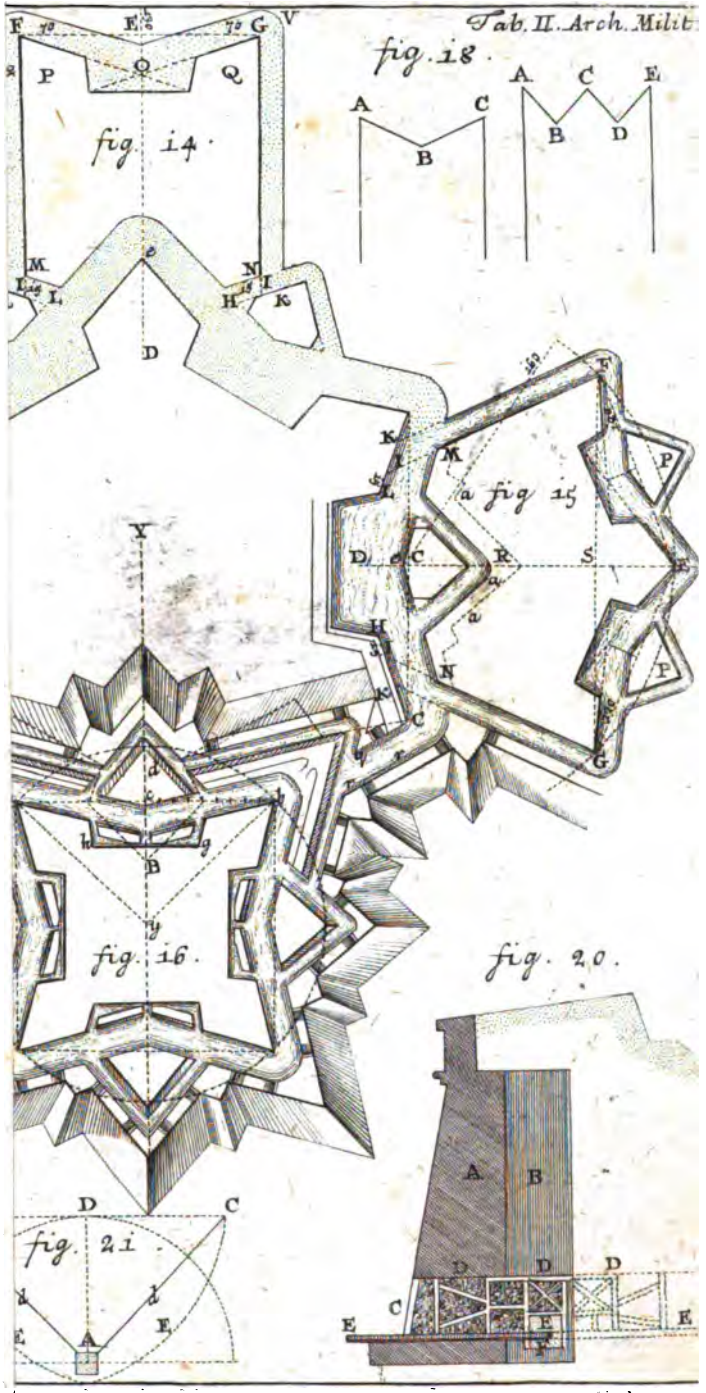
163. *Universim* omnis Regressio, aut Opus, ex quo hostili vi tandem cedere, *tuto recepto*, necesse fuerit, Cuniculis (& quatenus licet, una cum hoste ea jam occupante) ejiciantur: Unde Canales pyrophori ita dispositi esse debent, ut ab hoste in eos ocyus investigante, detegi haud facile queant.

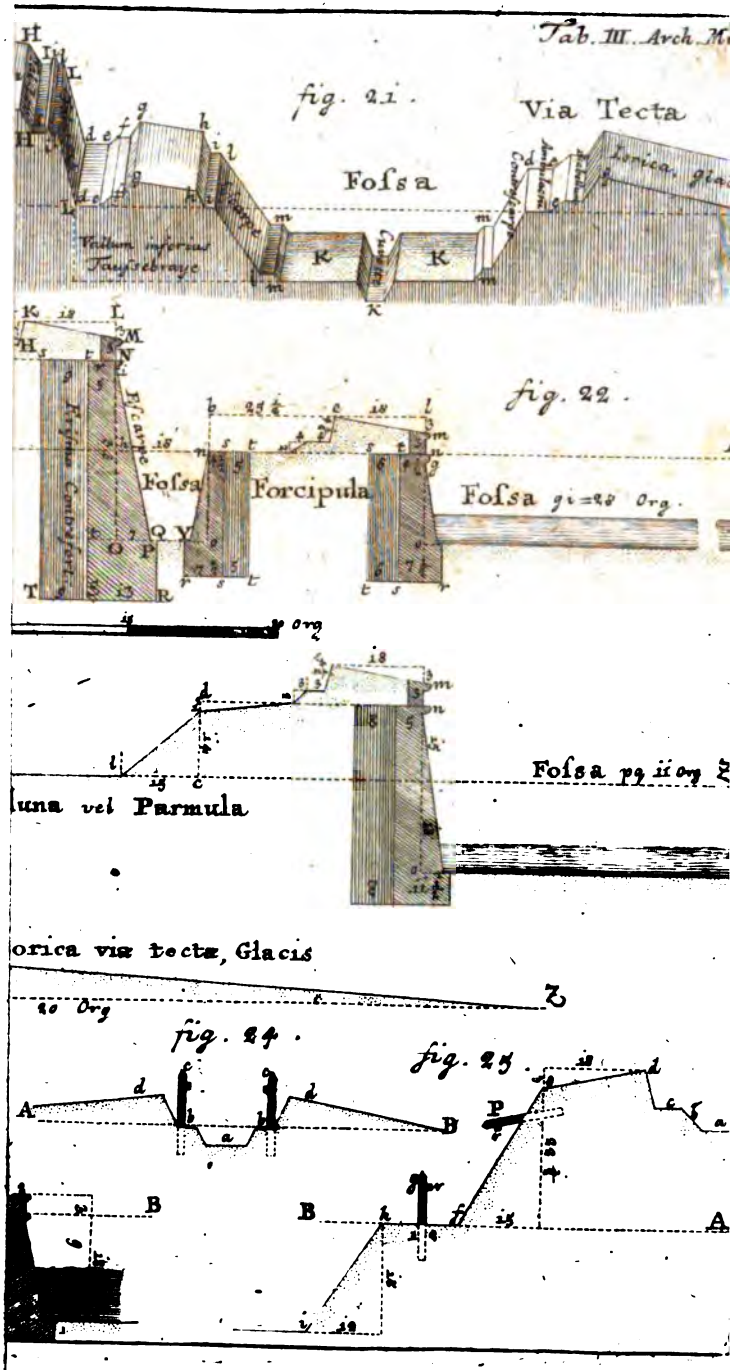
164. *IV. DEFENSIO FOSSÆ*, præter continuatum ex partibus defendentibus ignem, optima rursum sunt Cuniculi, multiplicatæ Regressiones, Fossæ utrinque Loricatæ (*Caponieres*) præcipue circa Humeros constructæ; & frequentes, paucorum tamen *ex. gr.* 12 vel 15 peditum eruptiones. Adhibitis omnibus his defensionibus, ut ajunt, siccis, catarractæ aperiantur.

165. *V. DEFENSIO SEMILUNÆ.* Præter ignem continuatum ceteraque mox enumerata, Assultus impeditur Granatarum, piceatarum coronarum, aliarumque rerum flammas spargentium grandine, globis lapideis; saccis, vasis, globis figulinis vel etiam vitreis pulvere pyrio &c. repletis; Tribulis seu Muricibus (*Chausses-trappes, Fig.* 54, *C*); Erinaceis (*Herses, Herssillons, Fig.* 54, *A, B*) Bombisque e catenis, ne toti ab hoste possint, pendentibus; Equitibus Groeningensibus (Spanische Reuter, Fig. 47.) & arboribus resecta ramorum brachia porrigentibus &c. &c. Atque ex his de reliquorum Operum defensione non difficile erit conjicere.

FINIS.


Tab. I. Arch. Mi
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.


Tab. II. Arch. Milit.
fig. 14.
fig. 15
fig. 16.
fig. 18.
fig. 20.
fig. 21.


Tab. III. Arch. M
fig. 21.
Via Tecta
Fossa
Vallum inferius
Taussebraye
fig. 22.
Fossa
Forcipula
Fossa gi=28 Org.
Fossa pq 11 Org
luna vel Parmula
orica viæ tectæ, Glacis
20 Org
fig. 24.
fig. 25.

g. 26.

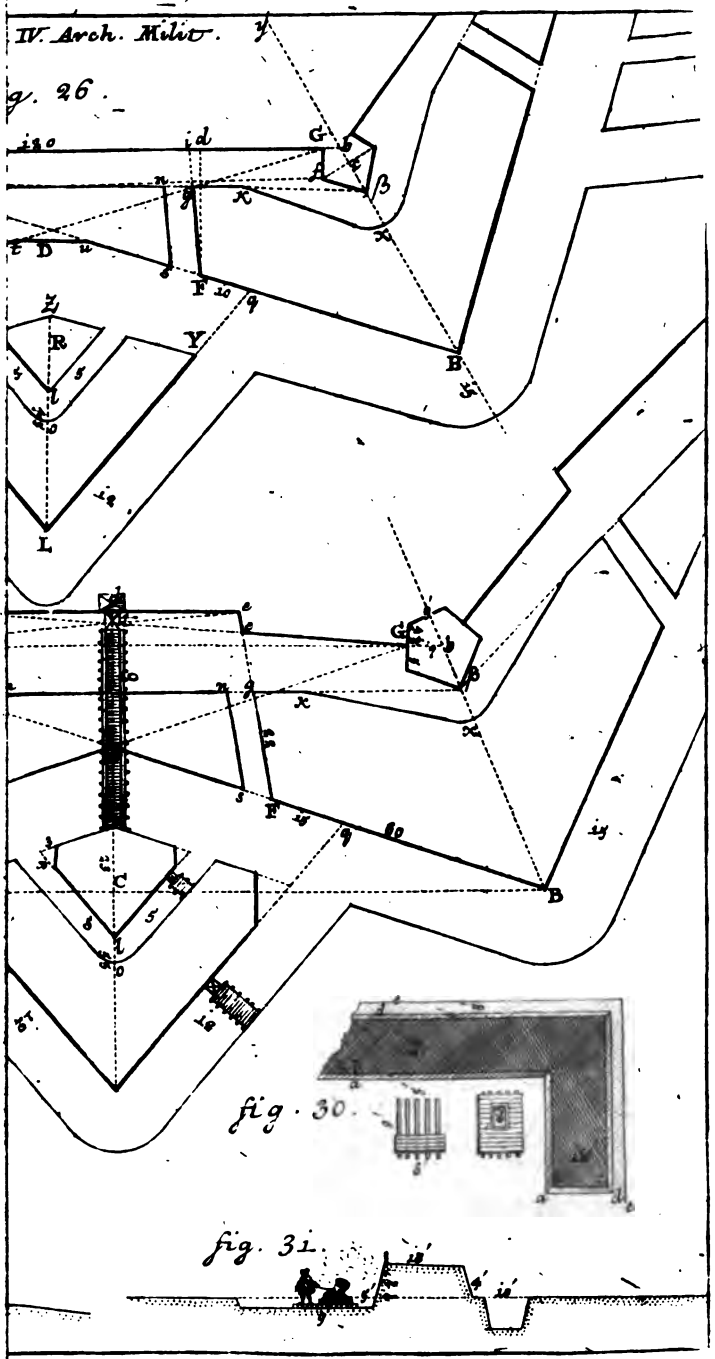
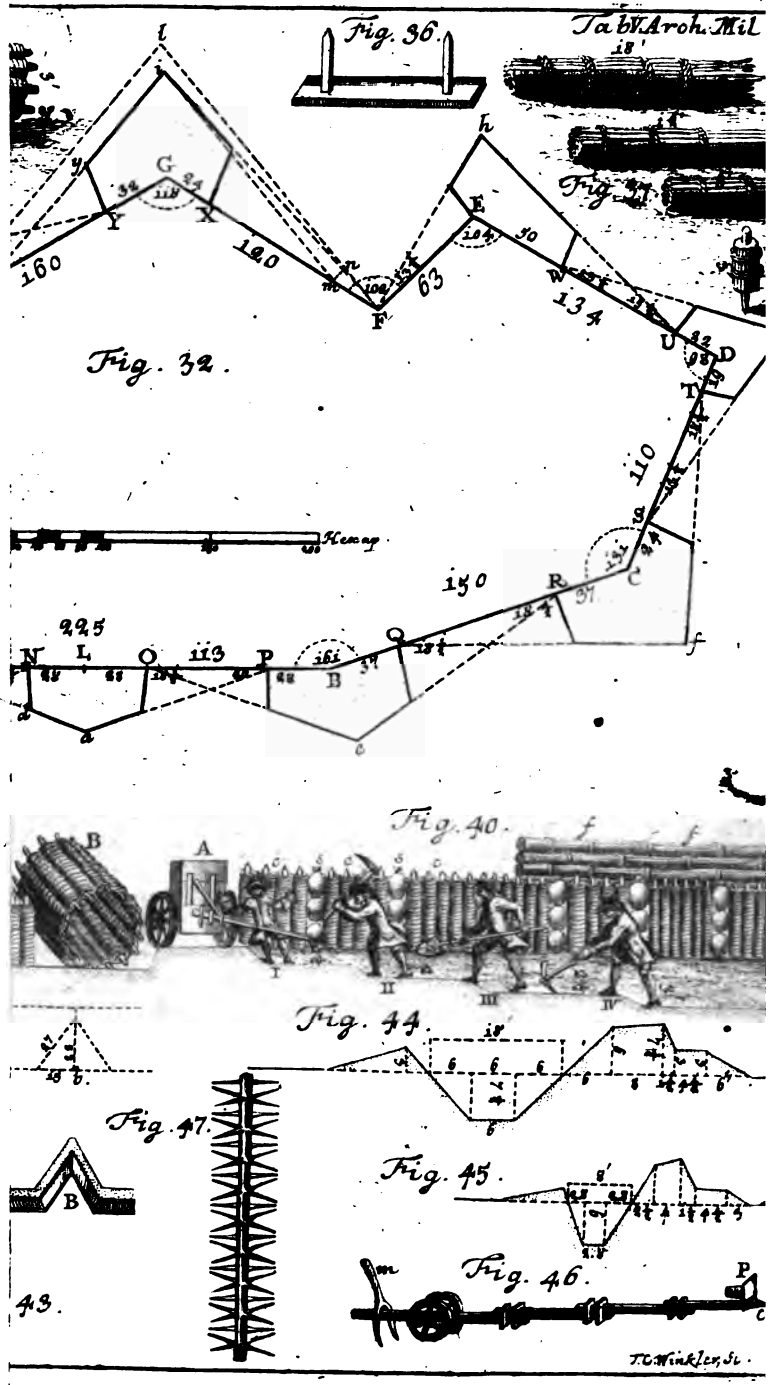


fig. 30.

fig. 31.


Tab V. Arch. Mil
Fig. 36.
Fig. 37.
Fig. 32.
Fig. 40.
Fig. 44.
Fig. 47.
Fig. 45.
Fig. 46.
43.
T.C. Winkler, Sc.